

1. 如圖 1 所示，在梁 AB 上受到兩個大小為 P 的垂直力作用，已知在 A 處為銷接(pin connected)，銷的直徑為 18 mm，並且在 A 的銷接處的銷為雙剪(也就是 A 的受力 F_A 與銷的斷面上的剪力 V 存在 $F_A = 2V$ 的關係)，若銷的最大容許剪應力為 60 MPa，請問 P 的最大值為多少？(20%)

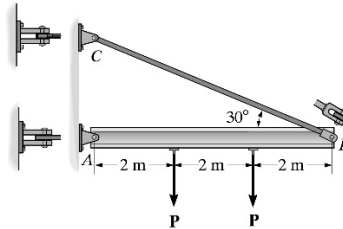


圖 1

2. 蒙納合金桿(如圖 2) 的長度 $L = 230$ mm，直徑 $d = 6$ mm，由一拉力 P 於軸向加載。若桿件伸長 0.5 mm，求直徑 d 的縮減量，及載重 P 的大小。(20%)
($E = 170$ GPa, $\nu = 0.32$)

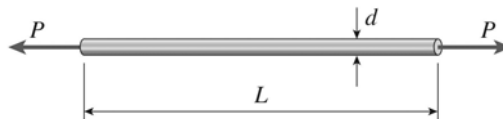


圖 2

3. 材料之截面積和物理性質如圖 3 所示，三根不同材料棒連接在一起並在 $T_1 = 12^\circ\text{C}$ 時置放於兩面牆之間。當溫度 $T_2 = 18^\circ\text{C}$ 時，施加在剛性支承點上的力。(20%)

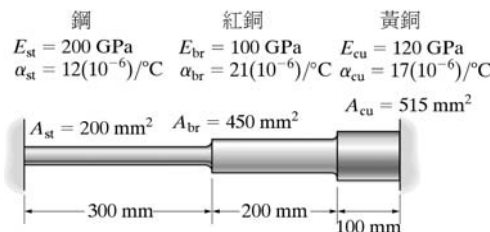


圖 3

4. 如圖 4 所示，柱子由高強度混凝土及六根 A-36 補強鋼桿所組成。若其受到 150 kN 的軸向力，試求混凝土及各桿子的應力。各桿的直徑為 20 mm。鋼的彈性模數 $E_{st} = 200$ GPa，混凝土的彈性模數 $E_{con} = 29$ GPa。(20%)

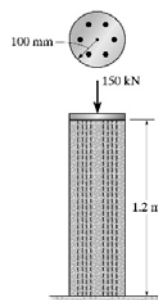
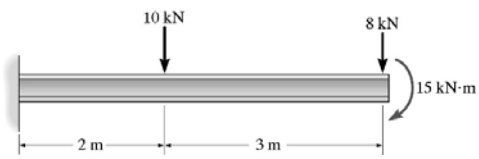


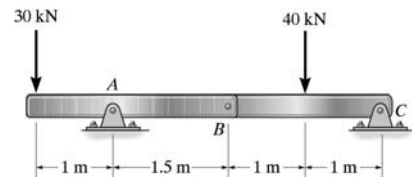
圖 4

5. 試繪出下圖所示梁之剪力圖(shearing force diagram)與彎矩圖(bending moment diagram)。(20%)

(1)

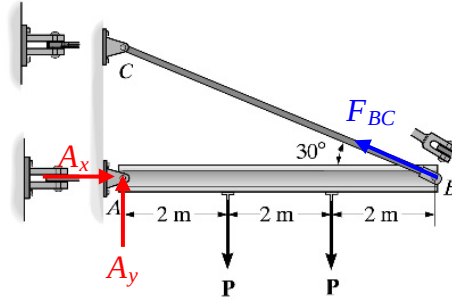


(2)



[參考解答]

1. 如圖 1 所示，在梁 AB 上受到兩個大小為 P 的垂直力作用，已知在 A 處為銷接(pin connected)，銷的直徑為 18 mm，並且在 A 的銷接處的銷為雙剪(也就是 A 的受力 F_A 與銷的斷面上的剪力 V 存在 $F_A = 2V$ 的關係)，若銷的最大容許剪應力為 60 MPa，請問 P 的最大值為多少？(20%)



$$\sum M_A = 0 \Rightarrow F_{BC} \cdot \sin 30^\circ \cdot 6 - P \cdot 2 - P \cdot 4 = 0 \Rightarrow F_{BC} = 2P$$

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow A_x - F_{BC} \cos 30^\circ = 0 \Rightarrow A_x = \sqrt{3}P$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow A_y + F_{BC} \sin 30^\circ - P - P = 0 \Rightarrow A_y = P$$

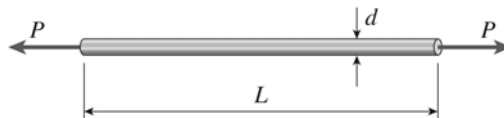
$$A \text{ 點合力 } F_A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2} = 2P$$

$$\therefore \text{銷為雙剪} \quad \therefore F_A = 2V \Rightarrow V = P$$

又銷的最大容許剪應力為 60 MPa

$$\text{故可知 } \tau_{allow} = \frac{V}{A} = 60 \cdot 10^6 \Rightarrow P = 60 \cdot 10^6 \cdot \pi \cdot \left(\frac{18}{2}\right)^2 \cdot 10^{-6} = 15268 \text{ (N)}$$

2. 蒙納合金桿(如下圖) 的長度 $L = 230 \text{ mm}$ ，直徑 $d = 6 \text{ mm}$ ，由一拉力 P 於軸向加載。若桿件伸長 0.5 mm，求直徑 d 的縮減量，及載重 P 的大小。(20%) ($E = 170 \text{ GPa}$ ， $\nu = 0.32$)



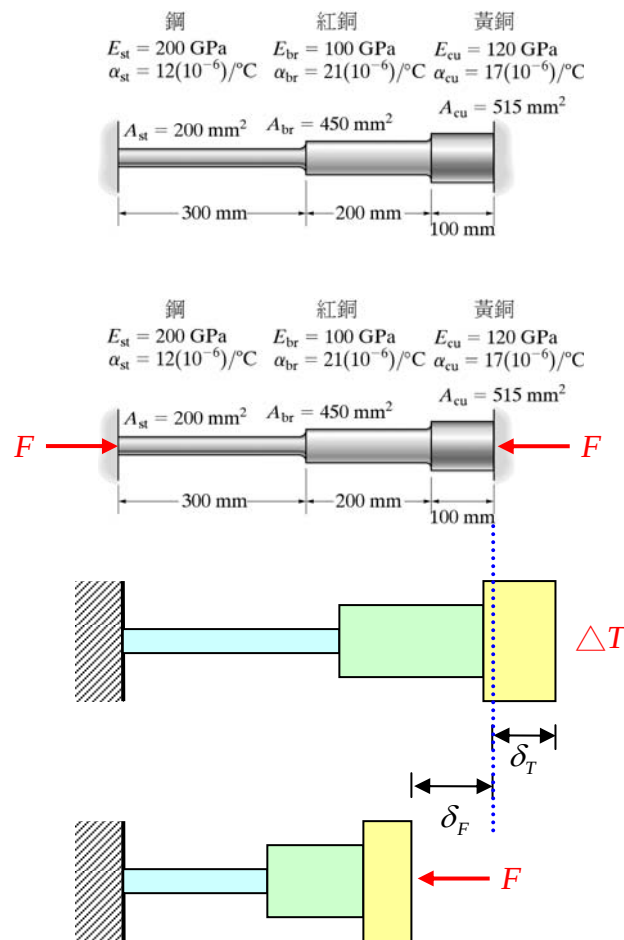
$$\varepsilon_{long} = \frac{\delta}{L} = \frac{0.5}{230} = 2.174 \cdot 10^{-3}$$

$$\nu = -\frac{\varepsilon_{lat}}{\varepsilon_{long}} = 0.32 \Rightarrow \varepsilon_{lat} = -0.32 \cdot \varepsilon_{long} = -6.957 \cdot 10^{-4}$$

$$\varepsilon_{lat} = \frac{\Delta d}{d} = -6.957 \cdot 10^{-4} \Rightarrow \Delta d = -6.957 \cdot 10^{-4} \cdot d = -4.17 \cdot 10^{-3} \text{ (mm)}$$

$$\begin{aligned} \sigma = \frac{P}{A} = E\varepsilon &\Rightarrow P = 170 \cdot 10^9 \cdot \left(\pi \cdot \frac{6^2}{4} \cdot 10^{-6}\right) \cdot 2.174 \cdot 10^{-3} \\ &= 10.45 \cdot 10^3 \text{ (N)} = 10.45 \text{ (kN)} \end{aligned}$$

3. 三根不同材料棒連接在一起並在 $T_1 = 12^\circ\text{C}$ 時置放於兩面牆之間。當溫度 $T_2 = 18^\circ\text{C}$ 時，施加在剛性支承點上的力。材料之截面積和物理性質如下圖所示。(20%)



熱變形公式: $\delta_T = \sum_{i=1}^3 \alpha_i \cdot \Delta T_i \cdot L_i$

軸向拉伸公式: $\delta_F = \sum_{i=1}^3 \frac{P_i L_i}{A_i E_i}$

諧和方程式 $\delta = \delta_T - \delta_F = 0$

$$\Rightarrow 0 = 12 \cdot 10^{-6} \cdot 6 \cdot 0.3 + 21 \cdot 10^{-6} \cdot 6 \cdot 0.2 + 17 \cdot 10^{-6} \cdot 6 \cdot 0.1$$

$$- \frac{F \cdot 0.3}{200 \cdot 10^{-6} \cdot 200 \cdot 10^9} - \frac{F \cdot 0.2}{450 \cdot 10^{-6} \cdot 100 \cdot 10^9} - \frac{F \cdot 0.1}{515 \cdot 10^{-6} \cdot 120 \cdot 10^9}$$

$$\Rightarrow 0 = 57 \cdot 10^{-6} - F \left(\frac{3}{400} + \frac{2}{450} + \frac{1}{618} \right) \cdot 10^{-6}$$

$$\Rightarrow F = 4202.74 \text{ (N)} = 4.20 \text{ (kN)}$$

4. 如圖 4 所示，柱子由高強度混凝土及六根 A-36 補強鋼桿所組成。若其受到 150 kN 的軸向力，試求混凝土及各桿子的應力。各桿的直徑為 20 mm。鋼的彈性模數 $E_{st} = 200 \text{ GPa}$ ，混凝土的彈性模數 $E_{con} = 29 \text{ GPa}$ 。(20%)

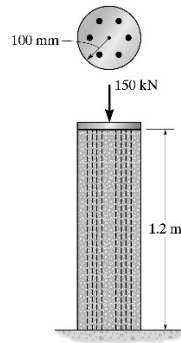


圖 4

混凝土受力 P_{con} ，單支鋼筋受力 P_{st}

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow 6P_{st} + P_{con} = 150 \cdot 10^3 \quad \dots\dots (1)$$

相容方程式 $\delta = \delta_{st} = \delta_{con}$

$$\frac{P_{st}L}{A_{st}E_{st}} = \frac{P_{con}L}{A_{con}E_{con}}$$

$$\Rightarrow \frac{P_{st} \cdot 1.2}{\pi \cdot \frac{20^2}{4} \cdot 10^{-6} \cdot 200 \cdot 10^9} = \frac{P_{con} \cdot 1.2}{\pi \cdot [100^2 - 6 \cdot (\frac{20^2}{4})] \cdot 10^{-6} \cdot 29 \cdot 10^9}$$

$$\Rightarrow P_{st} = \frac{100}{1360} P_{con} = 0.073368 P_{con} \quad \dots\dots (2)$$

由(1)、(2)可得 $P_{con} = 104.152 \cdot 10^3 \text{ (N)} = 104.152 \text{ (kN)}$

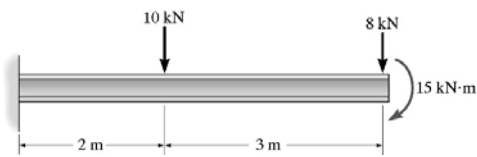
$\therefore P_{st} = 7.641 \text{ (kN)}$

$$\sigma_{st} = \frac{P_{st}}{A_{st}} = \frac{7.641 \cdot 10^3}{\pi \cdot \frac{20^2}{4}} = 24.322 \left(\frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \right) = 24.322 \text{ (MPa)}$$

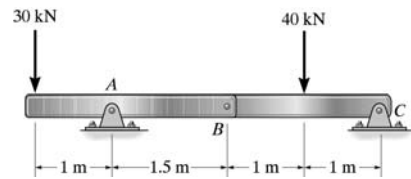
$$\sigma_{con} = \frac{P_{con}}{A_{con}} = \frac{104.152 \cdot 10^3}{\pi \cdot [100^2 - 6 \cdot (\frac{20^2}{4})]} = 3.527 \left(\frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \right) = 3.527 \text{ (MPa)}$$

5. 試繪出下圖所示梁之剪力圖(shearing force diagram)與彎矩圖(bending moment diagram)。(20%)

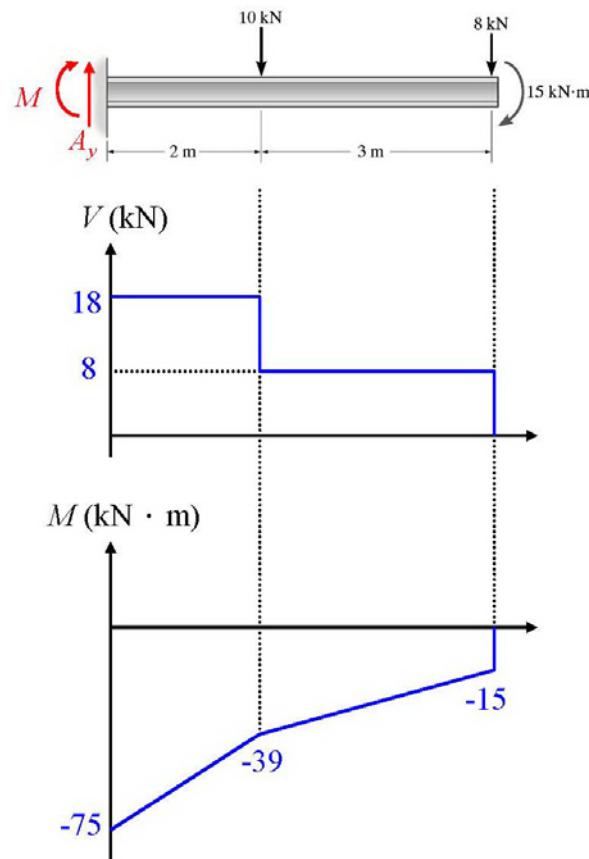
(1)



(2)



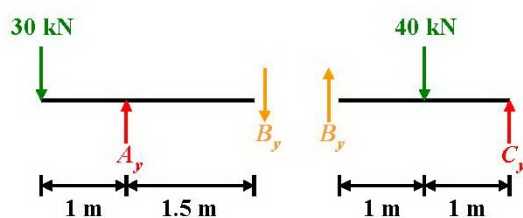
(1)



$$\sum F_y = 0 \Rightarrow A_y = 18 \text{ (kN)}$$

$$\sum M_A = 0 \Rightarrow M + 2 \cdot 10 + 5 \cdot 8 + 15 = 0 \Rightarrow M = -75 \text{ (kN} \cdot \text{m)}$$

(2)



由右圖 $\sum F_y = 0 \Rightarrow B_y = C_y = 20 \text{ (kN)}$

由左圖 $\sum F_y = 0 \Rightarrow A_y = 50 \text{ (kN)}$

