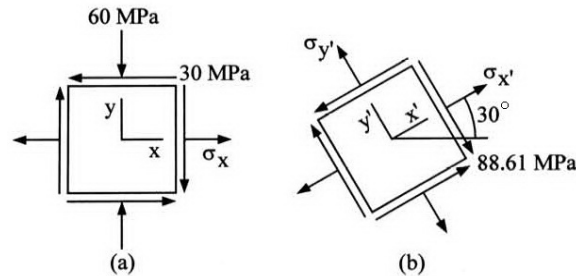
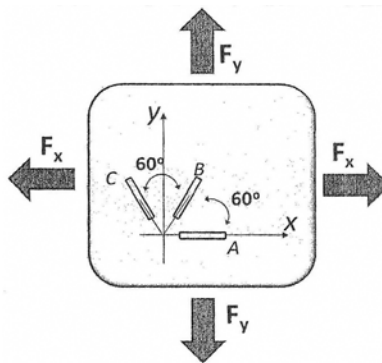


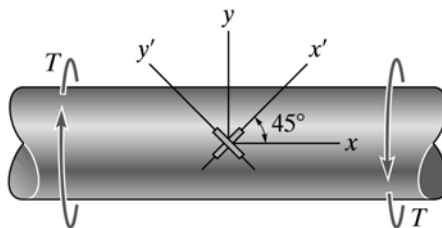
1. 有一平面應力元素受應力如下圖(a)所示，當此元素逆時鐘方向旋轉 30° 後，其應力狀況如下圖(b)所示。請計算 σ_x 、 $\sigma_{x'}$ 、 $\sigma_{y'}$ 及此元素之主軸應力 (principal stresses) 與主軸應力方向，並將主軸應力標示於旋轉至主軸應力方向之應力元素上。(20 分)



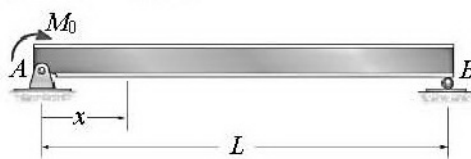
2. 一線彈性材料所製成之均質平板，因受到 x 與 y 方向上力量 F_x 與 F_y 之作用，使其處於均勻之平面應力狀態。已知平板之彈性模數 $E = 200 \text{ GPa}$ ，彈性剪模數 $G = 80 \text{ GPa}$ ，三個黏貼於平板面上的應變規(A、B、以及C)所量得之應變分別為 100μ 、 250μ 以及 100μ 。試問此平板在 xy 面上 (1)所受之正向應力 σ_x 與 σ_y 以及剪應力 τ_{xy} 之大小 (9 分)，(2)主應變 ϵ_1 與 ϵ_2 之大小 (6 分)，(3)主應變元素之方向與變形圖 (5 分)。($\mu = 10^{-6}$)



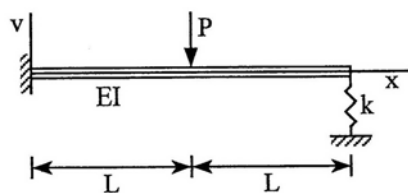
3. 一鋼軸半徑 15 mm ，若黏貼於軸上的兩應變規量得應變為 $\epsilon_{x'} = -80 \times 10^{-6}$ 和 $\epsilon_{y'} = 80 \times 10^{-6}$ ，試求軸中的扭矩 T ，及計算作用在 x 和 y 方向的應變。(20 分)
($E = 200 \text{ GPa}$ ， $\nu = 0.3$)



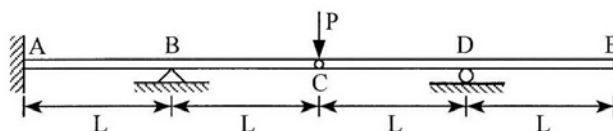
4. 如下圖所示，已知簡支梁的長度 L ，材料楊氏係數 E ，斷面慣性矩 I ，且 EI 為常數。不考慮結構自重影響。試以面積-力矩法求出梁一端受彎矩 M_0 作用時 θ_A 、 θ_B 、中點 ($x = L/2$) 處變位 $v(L/2)$ 與最大變位 $v_{\max}$ 及其所在位置。(20 分)



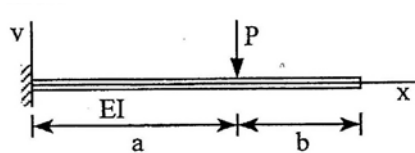
5. 一懸臂梁(cantilever beam)在自由端由一彈簧常數 $k = EI/L^3$ 之平移彈簧(translational spring)來支撐。如下圖所示給一集中力 P 於梁上。試求彈簧端的反力 R 的大小與集中力 P 處的撓度 Δ 。(20 分)



6. 有一連續梁 ABCDE 如下圖所示，A 點為固定端，B 點為鉸支承，C 點為鉸接，D 點為滾支承。此梁於 C 點受到一集中載重 P ，如梁斷面彎矩勁度為 EI ，求 A、B 及 D 點之反力（可包括彎矩）。並計算 C 點之位移、D 點之轉角及 E 點之位移。請註明反力、位移及轉角之方向。(20 分)



提示： $a + b = L$



$$v(x) = -\frac{Px^2}{6EI}(3a-x), \quad 0 \leq x \leq a,$$

$$v(x) = -\frac{Pa^2}{6EI}(3x-a), \quad a \leq x \leq L.$$

7. 針對材料力學這門課的教學方式與如何學好這門課有何感想與建議?(10 分)

(參考公式)

平面應力轉換方程式

$$\sigma_{x'} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \cos 2\theta + \tau_{xy} \sin 2\theta$$

$$\tau_{x'y'} = -\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \sin 2\theta + \tau_{xy} \cos 2\theta$$

平面應變轉換方程式

$$\varepsilon_{x'} = \frac{\varepsilon_x + \varepsilon_y}{2} + \frac{\varepsilon_x - \varepsilon_y}{2} \cos 2\theta + \frac{\gamma_{xy}}{2} \sin 2\theta$$

$$\frac{\gamma_{x'y'}}{2} = -\frac{\varepsilon_x - \varepsilon_y}{2} \sin 2\theta + \frac{\gamma_{xy}}{2} \cos 2\theta$$

扭轉公式： $\tau = \frac{T\rho}{J}$ ，彎曲公式： $\sigma = -\frac{My}{I}$ ，剪力公式： $\tau = \frac{VQ}{It}$

應變-應力關係式： $\varepsilon_x = \frac{1}{E}[\sigma_x - \nu(\sigma_y + \sigma_z)]$ ， $\varepsilon_y = \frac{1}{E}[\sigma_y - \nu(\sigma_x + \sigma_z)]$

$$\varepsilon_z = \frac{1}{E}[\sigma_z - \nu(\sigma_x + \sigma_y)]$$