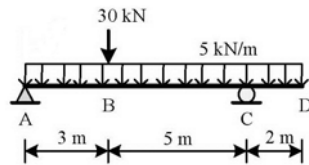
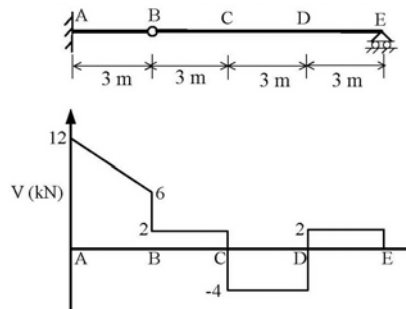


日期：2023 年 05 月 10 日 姓名：_____ 學號：_____

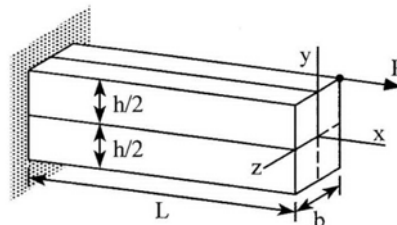
1. 請畫出下圖所示梁之剪力圖與彎矩圖。(10%)



2. 如下圖所示梁結構及受外力下之剪力圖，試求對應該剪力圖下梁所受到之外力，並畫於該梁上。此外，試畫出對應之彎矩圖。(10%)

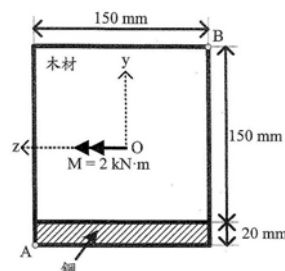


3. 有一矩形斷面之懸臂梁，梁長度 $L = 4\text{ m}$ ，寬度 $b = 40\text{ cm}$ ，高度 $h = 60\text{ cm}$ 。此梁於自由端受一集中載重 P ， P 平行於 x 軸且作用於梁斷面之角落。此梁任一斷面受到之彎矩 M_y 及 M_z 為何？如此梁所能承受之最大張應力值或最大壓應力值皆不能超過 40 MPa ，試計算 P 之最大值為何？(20%)



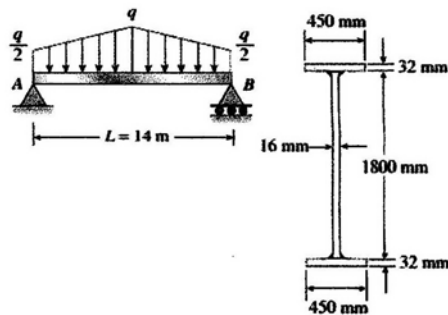
4. 一複合梁由木材與鋼所組成，如下圖所示，若此梁斷面承受一正彎矩 $M = 2\text{ kN}\cdot\text{m}$ 且木材之彈性模數為 12 GPa ，鋼之彈性模數為 200 GPa ，試回答下列問題：

- (1) 斷面中性軸(下圖之 z 軸)距底邊高度為何？(5%)
- (2) 斷面之撓曲剛度(EI)為何？(5%)
- (3) B 點之正應力(Normal stress)為何？(5%)
- (4) A 點之正應力(Normal stress)為何？(5%)



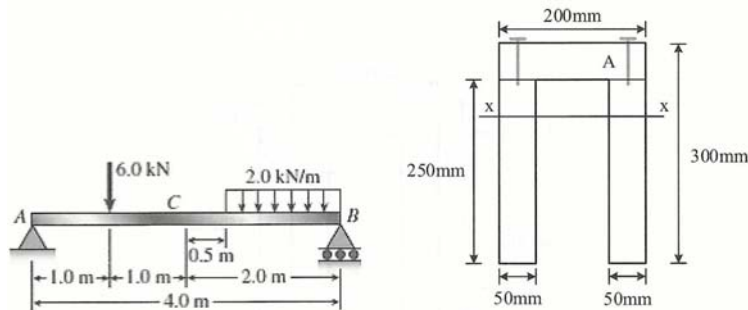
5. 給一簡支梁如下左圖所示，梁上給一分佈負載，此負載最大強度為 q 位在梁的中間處，最小強度為 $\frac{q}{2}$ 位在梁之兩側支承處，而此梁是由鋼做的且橫截面尺寸如下右圖所示。

- (1) 試繪出此梁之剪力圖與彎矩圖。(6%) (7%)
- (2) 依據鋼材的降伏強度 $\sigma_y = 110 \text{ MPa}$ ，試問此分佈負載強度 q 最大為何?
- (3) 依據鋼材的降伏剪力強度 $\tau = 50 \text{ MPa}$ ，試求此分佈負載強度 q 最大為何? (7%)



6. 給一梁(下左圖)所示，此梁是由三塊矩形板透過釘子固定而得(下右圖)。

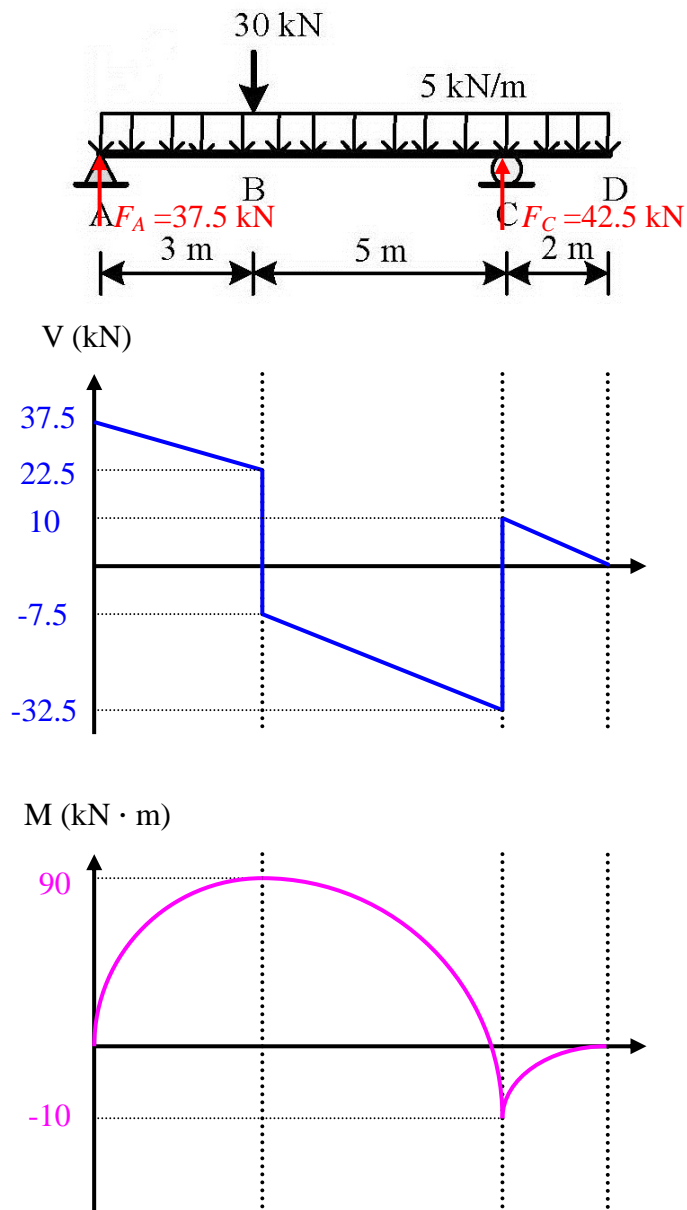
- (1) 試問: 梁中 C 點處之剪力 V 與彎矩 M 分別為何? (4%)
- (2) $x-x$ 為中性軸，試問: 慣性矩 I_{x-x} 為何? (4%)
- (3) 在點 C 之橫截面上，最大拉應力與最大壓應力分別為何? (4%)
- (4) 試計算 A 點(下右圖)處之剪應力為何? (4%)
- (5) 若任兩根釘子間的距離 $s = 300 \text{ mm}$ ，試求每根釘子所受之剪力為何? (4%)



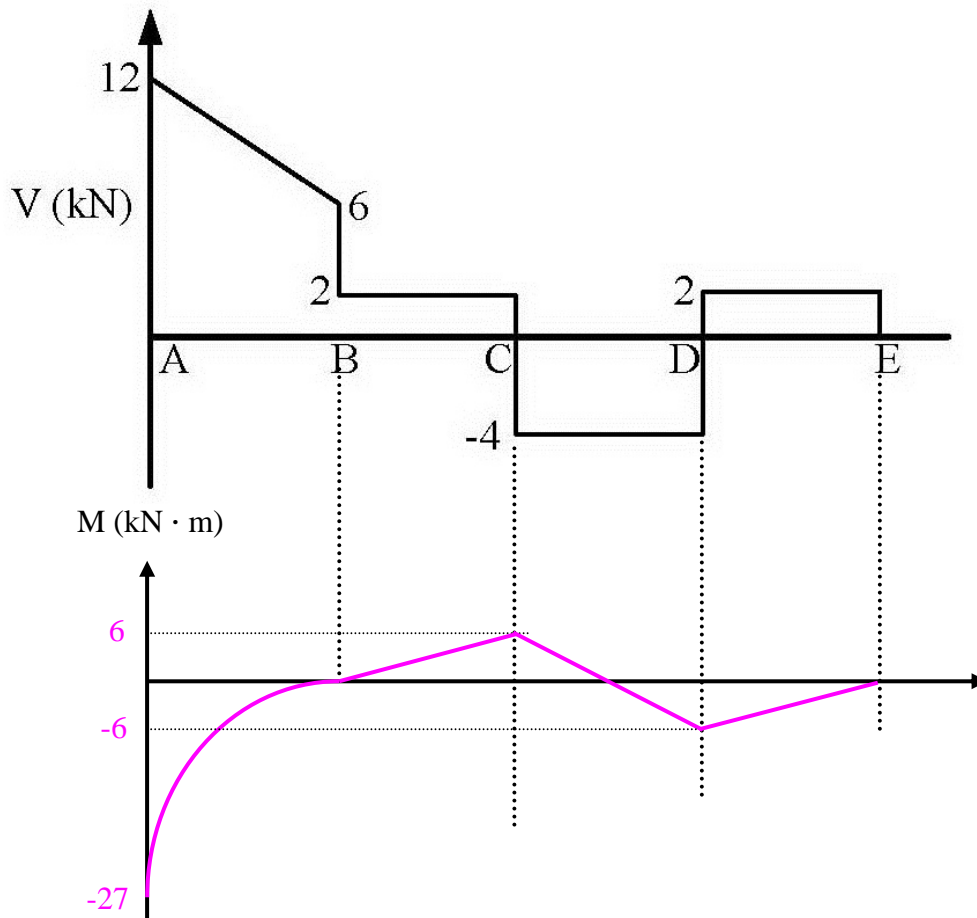
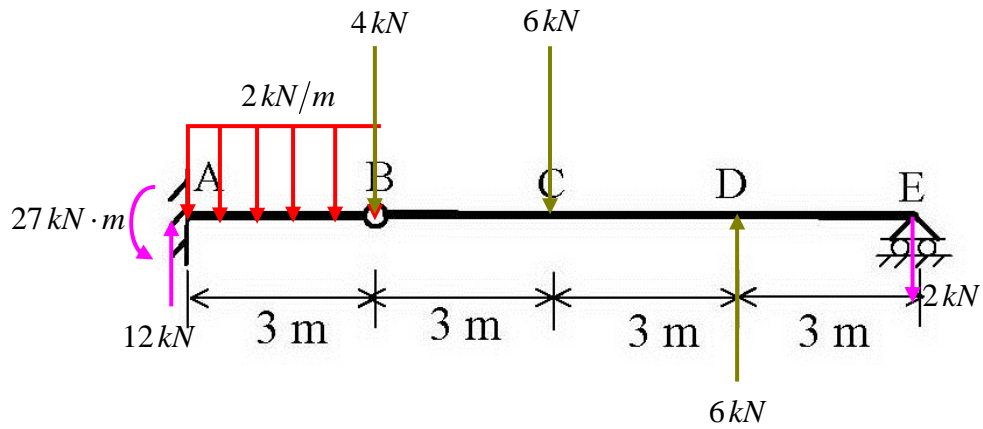
參考解答:

1. 請畫出下圖所示梁之剪力圖與彎矩圖。(10%)

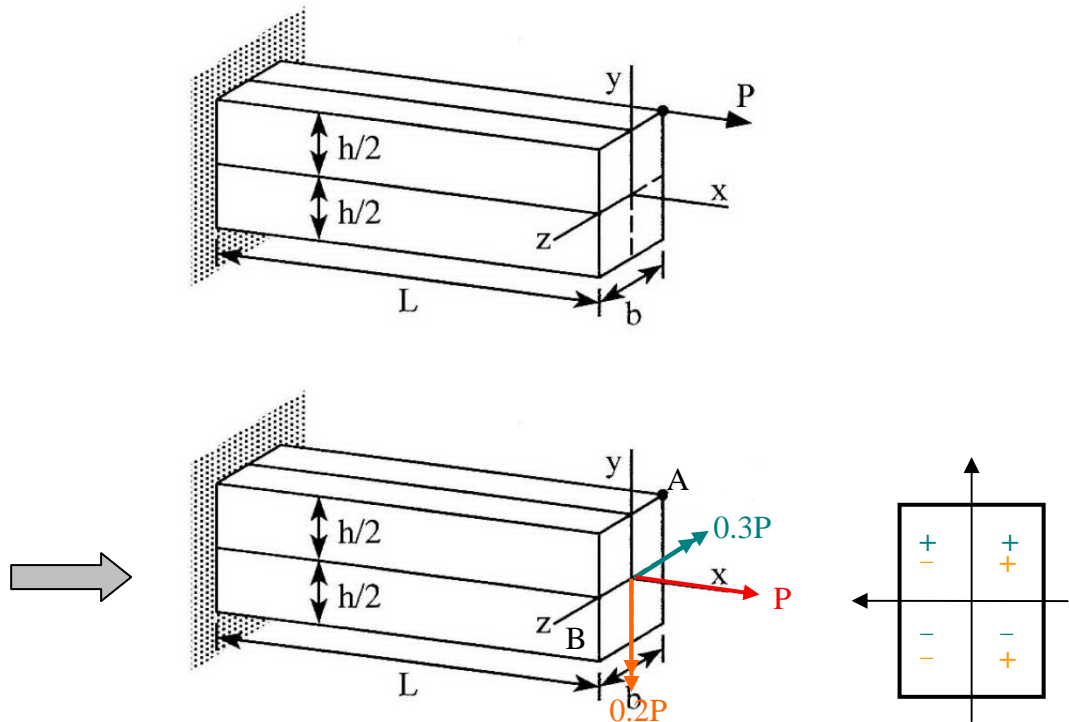
(111 普考)



2. 如下圖所示梁結構及受外力下之剪力圖，試求對應該剪力圖下梁所受到之外力，並畫於該梁上。此外，試畫出對應之彎矩圖。(10%) (111 地特三等)



3. 有一矩形斷面之懸臂梁，梁長度 $L = 4\text{m}$ ，寬度 $b = 40\text{cm}$ ，高度 $h = 60\text{cm}$ 。此梁於自由端受一集中載重 P ， P 平行於 x 軸且作用於梁斷面之角落。此梁任一斷面受到之彎矩 M_y 及 M_z 為何？如此梁所能承受之最大張應力值或最大壓應力值皆不能超過 40MPa ，試計算 P 之最大值為何？(20%) (111 高考)



$$M_z = -P \cdot \frac{h}{2} = -0.3P \text{ (N} \cdot \text{m)}$$

$$M_y = -P \cdot \frac{b}{2} = -0.2P \text{ (N} \cdot \text{m)}$$

最大拉應力發生在 A 點，最大壓應力發生在 B 點

$$I_{yy} = \frac{1}{12}hb^3 = \frac{1}{12}0.6 \cdot 0.4^3 = 32 \cdot 10^{-4} \text{ (m}^4\text{)}$$

$$I_{zz} = \frac{1}{12}bh^3 = \frac{1}{12}0.4 \cdot 0.6^3 = 72 \cdot 10^{-4} \text{ (m}^4\text{)}$$

$$\sigma_x = \frac{N}{A} - \frac{M_z y}{I_{zz}} + \frac{M_y z}{I_{yy}}$$

$$\text{A 點應力 } \sigma_A = \frac{P}{0.4 \cdot 0.6} - \frac{(-0.3P) \cdot 0.3}{72 \cdot 10^{-4}} + \frac{(-0.2P) \cdot (-0.2)}{32 \cdot 10^{-4}}$$

$$\Rightarrow \sigma_A = \frac{0.84P}{288 \cdot 10^{-4}} = 29.1667P \text{ (Pa)}$$

$$\Rightarrow 40 \cdot 10^6 = 29.1667P$$

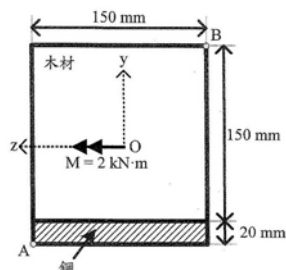
$$\Rightarrow P = 1371.43 \cdot 10^3 \text{ (kN)}$$

$$\text{B 點應力 } \sigma_B = \frac{P}{0.4 \cdot 0.6} - \frac{(-0.3P) \cdot (-0.3)}{72 \cdot 10^{-4}} + \frac{(-0.2P) \cdot 0.2}{32 \cdot 10^{-4}} = \frac{0.6P}{288 \cdot 10^{-4}}$$

B 點應力值小於 A 點，故 P 之大小由 A 點應力值控制。

4. 一複合梁由木材與鋼所組成，如下圖所示，若此梁斷面承受一正彎矩 $M = 2 \text{ kN}\cdot\text{m}$ 且木材之彈性模數為 12 GPa ，鋼之彈性模數為 200 GPa ，試回答下列問題： (101 台科營建丁組)

- (1) 斷面中性軸(下圖之 z 軸)距底邊高度為何? (5%)
- (2) 斷面之撓曲剛度(EI)為何? (5%)
- (3) B 點之正應力(Normal stress)為何? (5%)
- (4) A 點之正應力(Normal stress)為何? (5%)

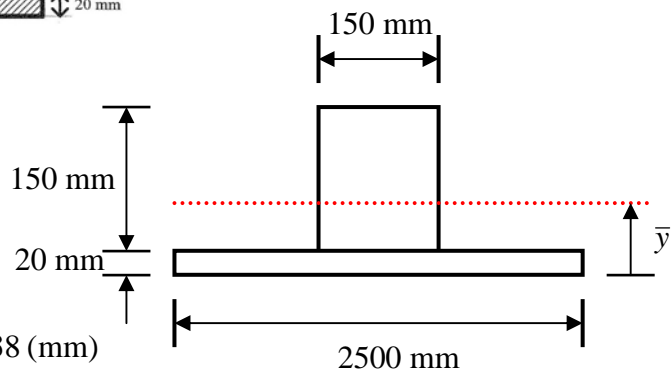


- (1) 將鋼換為木材

$$n = \frac{E_{st}}{E_w} = \frac{200}{12} = \frac{50}{3} = 16.667$$

$$\bar{b} = 150 \cdot \frac{50}{3} = 2500 \text{ (mm)}$$

$$\bar{y} = \frac{2500 \cdot 20 \cdot 10 + 150 \cdot 150 \cdot 95}{2500 \cdot 20 + 150 \cdot 150} = 36.38 \text{ (mm)}$$



$$(2) I = \frac{1}{12} \cdot 2500 \cdot 20^3 + 2500 \cdot 20 \cdot (36.38 - 10)^2$$

$$+ \frac{1}{12} \cdot 150 \cdot 150^3 + 150 \cdot 150 \cdot (36.38 - 95)^2$$

$$= 155.97 \cdot 10^6 \text{ (mm}^4\text{)} = 155.97 \cdot 10^{-6} \text{ (m}^4\text{)}$$

$$\text{斷面之撓曲剛度 } EI = E_w I = 12 \cdot 10^9 \cdot 155.97 \cdot 10^{-6}$$

$$= 1.87164 \cdot 10^6 \text{ (N}\cdot\text{m}^2\text{)}$$

$$(3) \sigma = -\frac{My}{I} \Rightarrow \sigma_B = -\frac{2 \cdot 10^3 \cdot (170 - 36.38) \cdot 10^{-3}}{155.97 \cdot 10^{-6}} = -1.7134 \cdot 10^6 \text{ (Pa)}$$

$$= -1.7134 \text{ (MPa)}$$

B 點為壓應力，大小為 1.7134 (MPa)

$$(4) \sigma = -\frac{My}{I} \Rightarrow (\sigma_A)_w = -\frac{2 \cdot 10^3 \cdot (-36.38) \cdot 10^{-3}}{155.97 \cdot 10^{-6}} = 0.4665 \cdot 10^6 \text{ (Pa)}$$

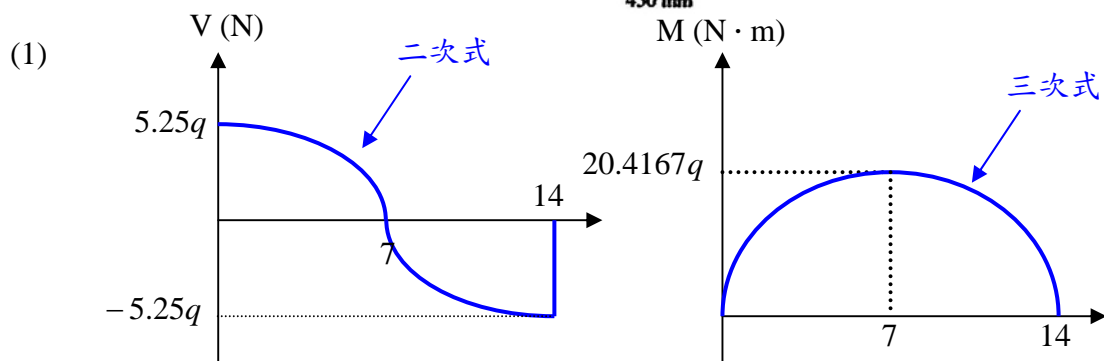
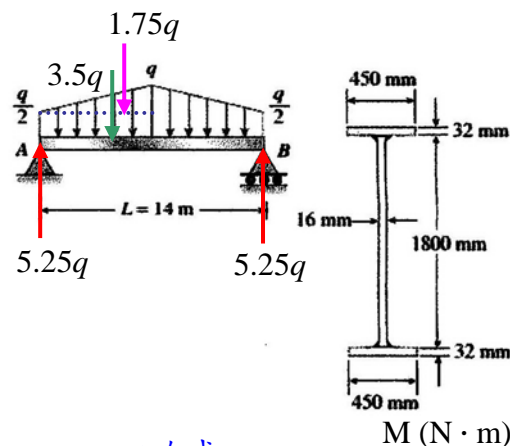
$$= 0.4665 \text{ (MPa)}$$

$$(\sigma_A)_{st} = n \cdot (\sigma_A)_w = 7.775 \text{ (MPa)}$$

A 點為拉應力，大小為 7.775 (MPa)

5. 給一簡支梁如下左圖所示，梁上給一分佈負載，此負載最大強度為 q 位在梁的中間處，最小強度為 $\frac{q}{2}$ 位在梁之兩側支承處，而此梁是由鋼做的且橫截面尺寸如下右圖所示。

- (1) 試繪出此梁之剪力圖與彎矩圖。(6%) (7%)
- (2) 依據鋼材的降伏強度 $\sigma_y = 110 \text{ MPa}$ ，試問此分佈負載強度 q 最大為何?
- (3) 依據鋼材的降伏剪力強度 $\tau = 50 \text{ MPa}$ ，試求此分佈負載強度 q 最大為何? (7%)



$$M_{\max} = \frac{21q}{4} \cdot 7 - \frac{7q}{2} \cdot \frac{7}{2} - \frac{7q}{4} \cdot \frac{7}{3} = \frac{245q}{12} = 20.4167q$$

(2) $\sigma = -\frac{My}{I}$

$$I = \frac{1}{12} \cdot 450 \cdot 1864^3 - \frac{1}{12} \cdot (450 - 16) \cdot 1800^3 = 31943.2704 \cdot 10^6 \text{ (mm}^4\text{)}$$

$$= 31943.2704 \cdot 10^{-6} \text{ (m}^4\text{)}$$

$$\sigma_y = \frac{M_{\max} c}{I} \Rightarrow 110 \cdot 10^6 = \frac{\frac{245q}{12} \cdot 932 \cdot 10^{-3}}{31943.2704 \cdot 10^{-6}}$$

$$\Rightarrow q = 184.659 \cdot 10^3 \left(\frac{\text{N}}{\text{m}}\right) = 184.659 \left(\frac{\text{kN}}{\text{m}}\right)$$

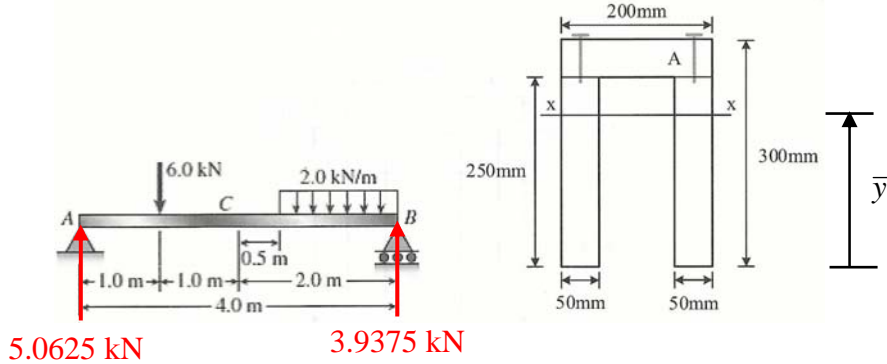
$$(3) \quad \tau = \frac{VQ}{It}$$

$$Q_{\max} = (450 \cdot 32) \cdot 916 + (900 \cdot 16) \cdot 450 = 19.6704 \cdot 10^6 \text{ (mm}^3\text{)}$$
$$= 19.6704 \cdot 10^{-3} \text{ (m}^3\text{)}$$

$$\tau_y = \frac{V_{\max} Q_{\max}}{It} \Rightarrow 50 \cdot 10^6 = \frac{\frac{21q}{4} \cdot 19.6704 \cdot 10^{-3}}{31943.2704 \cdot 10^{-6} \cdot 16 \cdot 10^{-3}}$$
$$\Rightarrow q = 247.455 \cdot 10^3 \left(\frac{\text{N}}{\text{m}}\right) = 247.455 \left(\frac{\text{kN}}{\text{m}}\right)$$

6. 給一梁(下左圖)所示，此梁是由三塊矩形板透過釘子固定而得(下右圖)。

- (1) 試問: 梁中 C 點處之剪力 V 與彎矩 M 分別為何? (4%)
- (2) $x-x$ 為中性軸，試問: 慣性矩 I_{x-x} 為何? (4%)
- (3) 在點 C 之橫截面上，最大拉應力與最大壓應力分別為何? (4%)
- (4) 試計算 A 點(下右圖)處之剪應力為何? (4%)
- (5) 若任兩根釘子間的距離 $s = 300 \text{ mm}$ ，試求每根釘子所受之剪力為何? (4%)



(1) $V_C = 6 - 5.0625 = 0.9375 \text{ (kN)}$

$M_C = 5.0625 \cdot 2 - 6 \cdot 1 = 4.125 \text{ (kN} \cdot \text{m)}$

(2) $\bar{y} = \frac{(200 \cdot 50) \cdot 275 + (250 \cdot 50) \cdot 125 \cdot 2}{200 \cdot 50 + 250 \cdot 50 \cdot 2} = \frac{1175}{7} = 167.86 \text{ (mm)}$

$$I_{x-x} = \frac{1}{12} \cdot 200 \cdot 50^3 + 200 \cdot 50 \cdot (275 - 167.86)^2$$

$$+ \frac{1}{12} \cdot 50 \cdot 250^3 + 50 \cdot 250 \cdot (167.86 - 125)^2$$

$$= 293.01 \cdot 10^6 \text{ (mm}^4\text{)} = 293.01 \cdot 10^{-6} \text{ (m}^4\text{)}$$

(3) 最大拉應力在底部，其值為 $\sigma = \frac{4.125 \cdot 10^3 \cdot 167.86 \cdot 10^{-3}}{293.01 \cdot 10^{-6}}$

$$= 2.3631 \cdot 10^6 \text{ (Pa)} = 2.3631 \cdot 10^6 \text{ (MPa)}$$

最大壓應力在頂部，其值為 $\sigma = \frac{4.125 \cdot 10^3 \cdot (300 - 167.86) \cdot 10^{-3}}{293.01 \cdot 10^{-6}}$

$$= 1.8603 \cdot 10^6 \text{ (Pa)} = 1.8603 \text{ (MPa)}$$

(4) $Q = 200 \cdot 50 \cdot (275 - 167.86) = 1.0714 \cdot 10^6 \text{ (mm}^3\text{)} = 1.0714 \cdot 10^{-3} \text{ (m}^3\text{)}$

$$q = \frac{VQ}{I} = \frac{0.9375 \cdot 10^3 \cdot 1.0714 \cdot 10^{-3}}{293.01 \cdot 10^{-6}} = 0.003428 \cdot 10^6 \left(\frac{\text{N}}{\text{m}}\right)$$

\therefore 接 2 個矩形板

A 點(界面處下方)之剪應力為 $\tau_A = \frac{q/2}{t} = \frac{0.003428 \cdot 10^6}{2 \cdot 50 \cdot 10^{-3}} = 0.03428 \cdot 10^6 \text{ (Pa)}$

$$= 0.03428 \text{ (MPa)}$$

A 點(界面處上方)之剪應力為 $\tau_A = \frac{VQ}{It} = \frac{q}{t} = 0.06856 \text{ (MPa)}$

(5) $\frac{F}{s} = \frac{q}{2} \Rightarrow F = \frac{q}{2} s = \frac{0.003428 \cdot 10^6}{2} \cdot 0.3 = 514.2 \text{ (N)}$