國立臺灣海洋大學河海工程學系 2026 工程數學(一) 第一次大考

系級：_____ 學號：_____ 姓名：_____

1. 根據牛頓冷卻定律，物體在流動空氣中的冷卻率與物體溫度和空氣溫度之差成正比。如果空氣溫度在所論時間內為 20°C，又知經過 20 分鐘物體由 100°C 降至 60°C，試求物體溫度變化規律及物體溫度降至 30°C 的時間。 (10%)

2. 試以分離變數法或結合變數變換法求解下述微分方程式

(1) $\frac{dy}{dx}=\frac{\sec^2 y}{1+x^2}$ (8%)

(2) $(x^2y+2xy^2-y^3)dx-(2y^3-xy^2+x^3)dy=0$ (8%)

(3) $\frac{dy}{dx}=\frac{y-2}{x+y-5}$ (8%)

3. 已知微分方程式為 $\frac{y'}{\cos x}+y(\frac{\tan x}{\cos x})=\cos x$

(1) 此微分方程式為線性或非線性? (2%) 並以一階線性法求解。(7%)
(若為線性，直接求解；若非線性，則轉換成線性，再求解)

(2) 此微分方程式為正合(exact)或非正合? (2%) 並以正合法求解。(7%)
(若正合，直接求解；若非正合，先求出積分因子，再求解)

4. 已知微分方程式為 $(y')^2-xy'-y'+y=0$

(1) 此為何種類型之微分方程式? (Clairaut、Bernoulli 或是 Riccati) (2%)

(2) 此為線性或非線性? (2%)

(3) 試求此微分方程式之解 $y(x)=?$ (8%)

5. 已知微分方程式為 $xy'-(2x+1)y+y^2=x^2$

(1) 此為何種類型之微分方程式? (Clairaut、Bernoulli 或是 Riccati) (2%)

(2) 此為線性或非線性? (2%)

(3) 試求此微分方程式之解 $y(x)=?$ (8%)

6. 試解下列各微分方程

(1) $(y^2e^{xy^2}+4x^3)dx+(2xye^{xy^2}-3y^2)dy=0$ (8%)

(2) $(3x+\frac{6}{y})dx+(\frac{x^2}{y}+3\frac{y}{x})dy=0$ (8%)

(3) $xy(y')^2+(x^2+y^2)y'+xy=0$ (8%)