

系級：_____ 學號：_____ 姓名：_____

1. 試證明：

$$(1) \text{ 純量四重積 } (\vec{A} \times \vec{B}) \cdot (\vec{C} \times \vec{D}) = (\vec{A} \cdot \vec{C})(\vec{B} \cdot \vec{D}) - (\vec{A} \cdot \vec{D})(\vec{B} \cdot \vec{C})$$

$$(2) \text{ 向量四重積 } (\vec{A} \times \vec{B}) \times (\vec{C} \times \vec{D}) = [\vec{A} \vec{B} \vec{D}] \vec{C} - [\vec{A} \vec{B} \vec{C}] \vec{D}$$

2. 對於三個已知向量 $\vec{A} = 3\hat{i} + 3\hat{j} - 2\hat{k}$ 、 $\vec{B} = -\hat{i} - 4\hat{j} + 2\hat{k}$ 與 $\vec{C} = 2\hat{i} + 2\hat{j} + \hat{k}$ ，

試求： $\vec{A} \cdot (\vec{B} \times \vec{C})$ ， $(\vec{A} \times \vec{B}) \times \vec{C}$ 與 $\vec{A} \times (\vec{B} \times \vec{C})$ 。

3. 試求橢圓 $\frac{1}{4}x^2 + y^2 = 1$ 在點 $P(\sqrt{2}, \frac{1}{\sqrt{2}})$ 的切線。

4. 試畫出下列各曲線圖形並計算其曲線長度

(1) 懸鍊線 $\vec{r}(t) = (t, \cosh t)$ ($t = 0$ 到 $t = 2$)

(2) 內擺線 $\vec{r}(t) = (a \cos^3 t, a \sin^3 t)$ ($t = 0$ 到 $t = 2\pi$, $a = 2$)

(3) 心臟線 $\vec{r}(t) = (\rho \cos t, \rho \sin t)$ 又 $\rho = a(1 - \cos t)$ ($t = 0$ 到 $t = 2\pi$, $a = 2$)

(4) 腎形線 $\vec{r}(t) = (3a \cos t + a \cos 3t, 3a \sin t + a \sin 3t)$ ($t = 0$ 到 $t = 2\pi$, $a = 2$)

5. 試求下列質點運動軌跡在 $t = \frac{5\pi}{6}$ 時之速度、切線加速度與法線加速度

(1) $\vec{r}(t) = (\sin 2t, \cos t)$

(2) $\vec{r}(t) = (\sin t, \cos t, \cos 2t)$