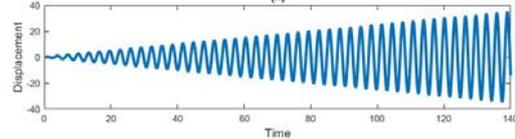
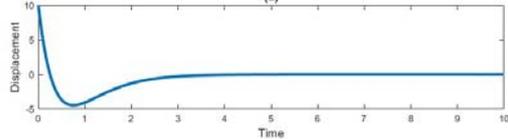
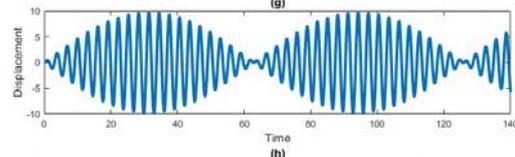
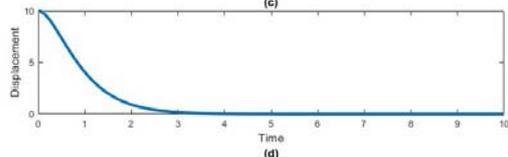
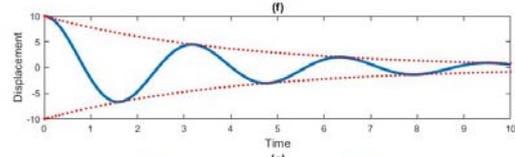
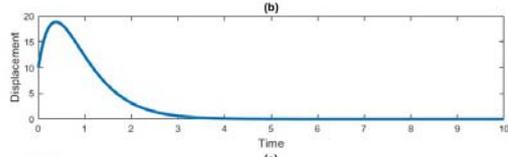
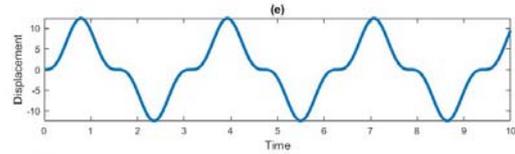
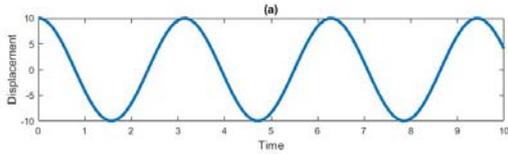


系級：_____ 學號：_____ 姓名：_____

1. 給一單自由度振動系統，其控制方程式為 $m\ddot{y} + c\dot{y} + ky = f(t)$ ，已知相關參數如下表所示，試問其所對應之位移圖為何？(12%)

	系統參數	外力	初始條件	位移圖
(1)	$m=1, c=4, k=4$	$f(t)=0$	$y(0)=10, \dot{y}(0)=60$	
(2)	$m=1, c=4, k=4$	$f(t)=0$	$y(0)=10, \dot{y}(0)=-60$	
(3)	$m=1, c=0.5, k=4$	$f(t)=0$	$y(0)=10, \dot{y}(0)=0$	
(4)	$m=1, c=0, k=4$	$f(t)=100\sin 6t$	$y(0)=0, \dot{y}(0)=0$	
(5)	$m=1, c=0, k=4$	$f(t)=\cos 2t$	$y(0)=0, \dot{y}(0)=0$	
(6)	$m=1, c=0, k=4$	$f(t)=2\cos 2.1t$	$y(0)=0, \dot{y}(0)=0$	



2. 已知 x 、 $x+1$ 與 $x-e^{-x}$ 為下述線性微分方程的 3 個解

$$y''(x) + a(x) \cdot y'(x) + b(x) \cdot y(x) = f(x)$$

- (1) 試求 $a(x)$ 、 $b(x)$ 與 $f(x)$ 為何？(9%)
- (2) 試求此微分方程之通解。(7%)

3. 給一非齊次線性微分方程如下：

$$x^2 y'' - 5xy' + 8y = 2x \ln x + x^3, \quad x > 0$$

- (1) 以變數變換，令 $t = \ln x$ ，則 $y(x) = Y(t)$ ，試求轉換後以 $Y(t)$ 表示的微分方程式。(6%)
- (2) 試求轉換後微分方程的補解 $Y_h(t) = ?$ (4%)
- (3) 試求轉換後微分方程的特解 $Y_p(t) = ?$ (4%)
- (4) 試將 $Y(t)$ 轉換回 $y(x)$ 。(4%)

4. 試求下述微分方程之通解

(1) $y^{(5)} - 3y^{(4)} + 3y''' - y'' = 0$ (8%)

(2) $y'' + 2y' + y = e^{-x} \ln|x|$ (8%)

(3) $xy'' + (x+2)y' + y = 0$ (8%)

(4) $(x-1)^2 y'' - 4(x-1)y' - 14y = x^3 - 3x^2 + 3x - 8$ (8%)

5. 已知微分方程式 $(x+2)y'' - (2x+5)y' + 2y = 0$

(1) 已知 $y_1 = e^{ax}$ 為上述 ODE 之一補解，試問 $a = ?$ (2%)

(2) 試問：另一補解為何? (8%)

6. 已知單自由度振動系統其數學表示為 $m\ddot{y}(t) + c\dot{y}(t) + ky(t) = f(t)$ ，若給定質量塊 $m = 4$ ，阻尼係數 $c = 0$ 與彈簧常數 $k = 16$ 並且質量塊為靜止狀態即其初始條件 $y(0) = 0$ 與 $\dot{y}(0) = 0$ ，給一外力為 $f(t) = \sin \omega t$

試問：

(1) 當 $\omega = ?$ ，此系統會產生共振行為。 (4%)

(2) 當系統產生共振時，此時其解為何? (8%)