

系級：_____ 學號：_____ 姓名：_____

1. 某一國家之人口增加率與該國現有人口成正比。如果兩年後人口數增加為兩倍且三年後人口數為 20,000，求最初國內之人口數？($\ln 2 = 0.6932$) (10%)

2. 試以分離變數法或結合變數變換法求解下述微分方程式

(1) $\frac{dy}{dx} = \frac{y \cos x}{1 + 2y^2}$, $y(0) = 1$ (8%)

(2) $\frac{dy}{dx} = \frac{1 + x + y}{2 + x + y}$ (8%)

(3) $\frac{dy}{dx} = -\frac{2x + y - 3}{x + y - 1}$ (8%)

3. 已知微分方程式為 $y(\ln y)dx + (x - \ln y)dy = 0$

(1) 此微分方程式為線性或非線性? (2%) 並以一階線性法求解。(7%)

(若為線性，直接求解；若非線性，則轉換成線性，再求解)

(2) 此微分方程式為正合(exact)或非正合? (2%) 並以正合法求解。(7%)

(若正合，直接求解；若非正合，先求出積分因子，再求解)

4. 已知微分方程式為 $y' + \frac{3}{x}y = -2xy^{\frac{5}{2}}$

(1) 此為何種類型之微分方程式? (Clairaut、Bernoulli 或是 Riccati) (2%)

(2) 此為線性或非線性? (2%)

(3) 試求此微分方程式之解 $y(x) = ?$ (8%)

5. 已知微分方程式為 $y' = 1 + (y - x)^2$

(1) 此為何種類型之微分方程式? (Clairaut、Bernoulli 或是 Riccati) (2%)

(2) 此為線性或非線性? (2%)

(3) 試求此微分方程式之解 $y(x) = ?$ (8%)

6. 試解下列各微分方程

(1) $xy' - y = \frac{y}{\ln y - \ln x}$ (8%)

(2) $2xydx + (4y + 3x^2)dy = 0$ (8%)

(3) $y'(y' + y) = x(x + y)$ (8%)