

系級：_____ 學號：_____ 姓名：_____

1. 如果地球的人口數在 1970 年為 35 億且以每年 2% 的速率增加，請問何時人口數可到達 500 億。 $(\ln 7 = 1.9459, \ln 10 = 2.3026)$ (10%)

2. 試以分離變數法求解下述微分方程式：

(1) $\frac{dy}{dx} = \frac{y}{x} \ln x$ (8%)

(2) $\frac{dy}{dx} = \frac{x^2 - xy + y^2}{xy}$ (8%)

(3) $\frac{dy}{dx} = \frac{2x - 6y + 3}{x - 3y + 1}$ (8%)

3. 已知微分方程式為 $\frac{dy}{dx} + \frac{2x+1}{x}y = e^{-2x}$

(1) 此微分方程式為線性或非線性? (2%) 並以一階線性法求解。(8%)

(若為線性，直接求解；若非線性，則轉換成線性，再求解)

(2) 此微分方程式為正合(exact)或非正合? (2%) 並以正合法求解。(8%)

(若正合，直接求解；若非正合，先求出積分因子，再求解)

4. 已知微分方程式為 $y' - \frac{3}{x}y = x^4 y^{\frac{1}{3}}$

(1) 此為何種類型之微分方程式? (Clairaut、Bernoulli 或是 Riccati) (2%)

(2) 試求此微分方程式之解 $y(x) = ?$ (8%)

5. 已知微分方程式為 $\frac{dy}{dx} = -(1+x+x^2) - (2x+1)y - y^2$

(1) 此為何種類型之微分方程式? (Clairaut、Bernoulli 或是 Riccati) (2%)

(2) 試求此微分方程式之解 $y(x) = ?$ (8%)

6. 已知微分方程式為 $y = xy' + (y')^3$

(1) 此為何種類型之微分方程式? (Clairaut、Bernoulli 或是 Riccati) (2%)

(2) 試求此微分方程式之解 $y(x) = ?$ (8%)

7. 試解下列各微分方程

(1) $y' + \frac{2x \sin y + y^3 e^x}{x^2 \cos y + 3y^2 e^x} = 0$ (8%)

(2) $x^2(y')^2 + 4xyy' + 3y^2 = 0$ (8%)