

國立臺灣海洋大學河海工程學系 2022 工程數學(二) 第八次作業

系級：\_\_\_\_\_ 學號：\_\_\_\_\_ 姓名：\_\_\_\_\_

1. 已知  $x \in (-\pi, 0)$  有  $f(x) = \pi + x$  而  $x \in (0, \pi)$  有  $f(x) = \pi - x$  並且具有週期  $2\pi$ 
  - (1) 請畫出函數  $f(x)$  之圖形並計算  $f(x)$  傅立葉級數展開。
  - (2) 請由(1)所得之傅立葉級數，取  $-3\pi \leq x \leq 3\pi$ ， $n$  分別取 5 項、10 項、100 項繪圖。(請撰寫程式繪圖)
2. 已知  $f(x) = x$  且  $-\pi < x < \pi$  並且  $f(x) = f(x + 2\pi)$ 
  - (1) 請畫出函數  $f(x)$  之圖形並計算  $f(x)$  傅立葉級數展開。
  - (2) 請由(1)所得之傅立葉級數，取  $-3\pi \leq x \leq 3\pi$ ， $n$  分別取 10 項、20 項、100 項繪圖。(請撰寫程式繪圖)
3. 給一週期函數  $f(x) = x^2$ ， $-1 < x < 1$  且  $f(x) = f(x + 2)$ 
  - (1) 試求其傅立葉級數展開。
  - (2)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} = ?$
  - (3)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{n^2} = ?$
  - (4)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^4} = ?$
  - (5)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^6} = ?$
  - (6)  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^8} = ?$