

系級：\_\_\_\_\_ 學號：\_\_\_\_\_ 姓名：\_\_\_\_\_

1. 試問橢圓  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  之面積，及其內接矩形面積之極大值。
2. 試計算線積分  $\oint_{x^2+y^2=1} (y^2 - 8y)dx + (2xy + 8x)dy$  之值。
3. 取  $C$  為連接  $(0,0)$ 、 $(\frac{\pi}{2},0)$ 、 $(\frac{\pi}{2},1)$  之三角形封閉路徑，是請根據  $C$  與向量場  $\vec{F} = (y - \sin x)\vec{i} + \cos x\vec{j}$ ，驗證平面格林定理。
4. 取  $C$  為  $x + 4y + z = 12$  在第一象限之邊界所形成之單連封閉，試計算場  $\vec{F} = (x - z)\vec{i} + (y - x)\vec{j} + (z - y)\vec{k}$  沿路徑  $C$  之線積分。
5. 對於場  $\vec{F} = x^2y\vec{i} - xy^2\vec{j} + z^2\vec{k}$ ，試計算  $\nabla \times \vec{F}$  在  $x^2 + y^2 + z^2 = 4$  上半球面之面積分。
6. 試解特徵值問題：  $y'' + \lambda y = 0$  並滿足  $y'(0) = y(\pi) = 0$  並驗證此組函數是否具有正交性。
7. 試解特徵值問題：  $y'' + y' + \lambda y = 0$  並滿足  $y(0) = y(\ell) = 0$
8. 試解特徵值問題：  $y'' + (1 + \lambda)y = 0$  並滿足  $y(0) + y'(0) = y(\pi) + y'(\pi) = 0$
9. 試解特徵值問題：  $y^{(4)} + \lambda y'' = 0$  並滿足  $y(0) = y'(0) = y(\ell) = y''(\ell) = 0$