國立臺灣海洋大學河海工程學系 2022 工程數學(二) 第六次作業

系級：______________ 學號：____________ 姓名：___________

1. 試求向量場 $\vec{F} = x^2\,\vec{i} + xy\,\vec{j} + xz\,\vec{k}$ 在以 $(1,0,0)$ 、$(0,2,0)$ 與 $(0,0,3)$ 為頂點之三角平面上之面積分，即 $\iint_S (\vec{F}\cdot\vec{n})\,dA = ?$

2. 試求場 $\vec{F} = y^3\,\vec{i} + x^3\,\vec{j} + z^3\,\vec{k}$ 通過曲面 $S: x^2 + 4y^2 = 4,\ z \in [0, h]$ 在第一象限部份之通率。

3. 試求場 $\vec{F} = (x-y)\vec{i} + (y-z)\,\vec{j} + (z-x)\vec{k}$ 在球面 $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ 之通率。

4. 就 $\vec{F} = x\vec{i} + y\,\vec{j} + 2z\,\vec{k}$ 在及以 $(0,0,0)$、$(a,0,0)$、$(0,b,0)$ 與 $(0,0,c)$ 為頂點之三角錐，試驗證散度定理。(分別以體積分與面積計算，並檢查是否相等)

5. 試求 $\iint_S (\vec{F}\cdot\vec{n})\,dA$ 之值，其中 $\vec{F} = z^2\,\vec{k}$，S 為圓椎體之封閉曲面。

   (a) 以散度定理計算

   (b) 直接以面積分計算