

國立臺灣海洋大學河海工程學系 2022 工程數學(二) 第五次作業

系級：_____ 學號：_____ 姓名：_____

1. 試求 $\int_C x^2 y ds$ 而 C 之路徑為 $\vec{r}(t) = a \cos t \vec{i} + a \sin t \vec{j}$ 且 $t \in [0, \pi]$
2. 試求 $\int_C (xy + z) ds$, 其中 C 為球面 $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ 與平面 $3z = 4y$ 之交線。
3. 試求 $\int_C y^2 dx - xy dy$ 而 C 為 $y = 3x - x^2$ 且 $x \in [0, 3]$
4. 試求場 $\vec{F} = xy \vec{i} + (3x - y^2) \vec{j}$, 試問自 $(5, 6)$ 至 $(3, 3)$ 之直線線積分值, 自 $(5, 6)$ 經 $(5, 3)$ 至 $(3, 3)$ 之折線線積分值, 並問 \vec{F} 是否為保守場。
5. 試計算線積分 $\int_C \vec{F} \cdot d\vec{r}$, 其中 $\vec{F} = 6x^2 \vec{i} - 2x \vec{j}$ 路徑 C 為由 $(5, 4) \rightarrow (1, 3) \rightarrow (0, 1) \rightarrow (5, 1)$ 之三條直線所組成。
6. 試求向量場 $\vec{F} = 3x^2 y^2 \vec{i} + (2x^3 y - e^z) \vec{j} + (2z - ye^z) \vec{k}$, 試問此向量沿任意路徑自 $(1, -2, -1)$ 至 $(-2, 3, 1)$ 之線積分值。
7. 試計算 $\int_C (5y^3 + 20x^4 y^2) dx + (15xy^2 + 8x^5 y - 3) dy$, 路徑 C 為 $x^4 - 6xy^3 = 4y^2$ 由點 $(0, 0)$ 到點 $(2, 1)$
8. 試計算 $\int_C 3x^2 dx + 2yz dy + y^2 dz$, 其中路徑 C 為沿空間曲線 $\vec{r}(t) = t^2 \vec{i} + (1 - 2t) \vec{j} + (2 + 5t) \vec{k}$ 自 $(0, 1, 2)$ 到 $(1, -1, 7)$
9. 對於向量場 $\vec{F} = kxyz^2 \vec{i} + (x^2 z^2 + z \cos yz) \vec{j} + (kx^2 yz + y \cos yz) \vec{k}$, 試問此場為保守場之 k 值, 並問自 $(1, \frac{\pi}{4}, 2)$ 至 $(2, \frac{\pi}{2}, 4)$ 之線積分。