

國立臺灣海洋大學河海工程學系 2022 工程數學(二) 第四次作業

系級：_____ 學號：_____ 姓名：_____

1. 已知 $f = xz - yz$, $\vec{A} = y^2\vec{i} + (y^2 - x^2)\vec{j} + 2z^2\vec{k}$, 試求:

(1) $\nabla^2(xz.f)$ (2) $\nabla \cdot (\nabla f)$ (3) $\nabla \times \vec{A}$ (4) $\nabla(\nabla \cdot \vec{A})$

2. 已知某山脈高度分佈為 $h(x, y) = 10(2xy - 3x^2 - 4y^2 - 18x + 28y + 12)$, 試問:

- (1) 山頂位置。
- (2) 山頂高度。
- (3) 位置 (1,1) 之最陡坡度與方向
- (4) 請計算 $\nabla \cdot \nabla h$ 與 $\nabla \times \nabla h$ 之值。

3. 試求曲面 $x^3 - 2xy + z^3 + 7y + 6 = 0$ 過點 $P(1, 4, -3)$ 之切平面與法線方程式。

4. 給一向量函數 $\vec{F}(x, y, z) = F_1\vec{i} + F_2\vec{j} + F_3\vec{k}$ 又

$$\text{curl}\vec{F} = \nabla \times \vec{F} = (-4y^3z^6 - 4x^5y^2)\vec{i} - 4z^3\vec{j} + (20x^4y^2z - 3x^2y^2)\vec{k}$$

$$\text{div}\vec{F} = \nabla \cdot \vec{F} = 2xy^3 + 8x^5yz - 6y^4z^5$$

試找出可能之 F_1, F_2 與 F_3 。(Hint: 此為非唯一解, 試由觀察來得可能之解)