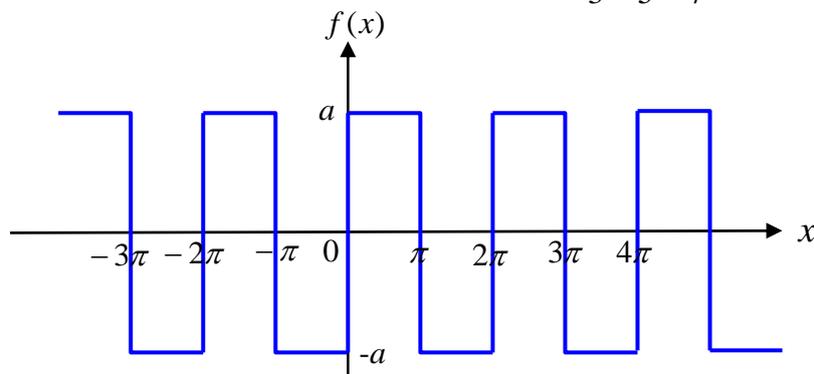


系級：_____ 學號：_____ 姓名：_____

考試方式：Open book

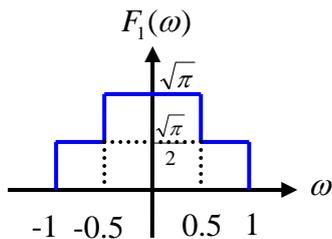
- 注意事項：
1. 請使用A4白紙作答，並於每一頁上方標明 **班別**、**學號**、**姓名**與**頁碼** (例如：P.1, P.2, ...)
 2. 作答完畢後，請拍照或掃描試卷，並使用學校電子信箱發 e-mail 到 ytleee@mail.ntou.edu.tw。請保留信件內容，已防止如果沒收到你們的 email 時，可由寄件備份再次轉發郵件以當證明。
 3. 請自己作答，禁止與他人討論。

1. 給 $y'' - 12y' + 4(7 + \lambda)y = 0$ ， $y(0) = y(5) = 0$ ，試求其特徵值與特徵函數。(10%)
2. 已知 $f(x) = 6 - x^2$ 就其在區間 $(0, 2)$ 之部分，全幅展開得 $g(x)$ ，半幅正弦展開得 $G(x)$ ，半幅餘弦展開得 $F(x)$ ，請畫出 $f(x)$ 、 $g(x)$ 、 $G(x)$ 與 $F(x)$ 之圖形，並問： $g(-1)$ 、 $F(2)$ 、 $F(-1)$ 、 $G(2)$ 與 $G(-5)$ 之值為何？(18%)
3. 試求下圖函數 $f(x)$ 之傅立葉級數展開，並求 $1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \dots = ?$ (10%)

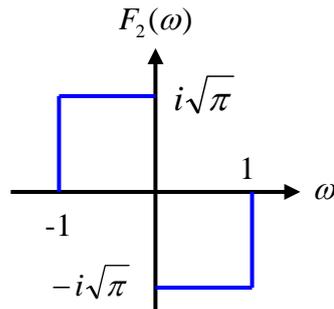


4. 已知函數 $f(x) = e^{-|x|} \sin x$
 - (1) 試求其傅立葉積分表示式。(6%)
 - (2) 試計算 $\int_0^{\infty} \frac{\omega \sin 3\omega \cos 2\omega}{4 + \omega^4} d\omega = ?$ (4%)
5. 給一訊號 $f(t)$ 其傅立葉轉換可定義為 $F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-i\omega t} dt$
 - (1) 試求 A ，其中 $A = \int_{-\infty}^{\infty} |f_1(t)|^2 dt$ 而 $f_1(t)$ 的傅立葉轉換如下圖(a)所示。(6%)

- (2) 試求 B ，其中 $B = \frac{d}{dt} f_2(t) \Big|_{t=0}$ 而 $f_2(t)$ 的傅立葉轉換如下圖(b)所示。(6%)



圖(a)

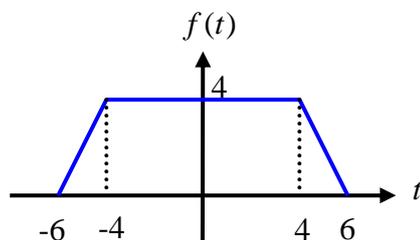


圖(b)

6. 給一函數 $f(t)$ 如下圖所示

- (1) 試求其傅立葉轉換 $F(\omega)$ 。(6%)

- (2) 試計算 $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{(\cos 4\omega - \cos 6\omega)^2}{\omega^4} d\omega = ?$ (4%)



7. 試求:

- (1) $\mathcal{L}[\sin^3 t]$ (2) $\mathcal{L}[t^3 e^{-3t}]$ (3) $\mathcal{L}[e^{2t} \cos 3t]$ (4) $\mathcal{L}\left[\frac{2}{t}(1 - \cos 2t)\right]$ (20%)

8. 試求:

- (1) $\mathcal{L}^{-1}\left[\frac{2s^2 + s + 1}{s^3 - 3s^2 + 3s - 1}\right]$ (2) $\mathcal{L}^{-1}\left[\frac{s}{s^2 - 4s + 5}\right]$ (3) $\mathcal{L}^{-1}\left[\frac{16}{s^4 - 16}\right]$ (4) $\mathcal{L}^{-1}[\tan^{-1} s]$
(20%)

9. 試以拉普拉斯轉換求解下述微分方程式

- (1) $y'' + 2y' + 2y = \delta(t-1)$, $y(0) = 1$, $y'(0) = -1$ (10%)

- (2) $y(t) = \sin t + \int_0^t y(\tau) \sin(t-\tau) d\tau$, $y(0) = y'(0) = 0$ (10%)

10. 試求解下述聯立微分方程組 (20%)

$$\begin{cases} x' + y' + x - y = 0 \\ x' + 2y' + x = 1 \end{cases} \quad \text{且 } x(0) = y(0) = 0.$$

11. 對工數的遠距教學有何感想? (5%) 對遠距教學上課方式有何建議? (5%)
(請各別作答)