

系級：_____ 學號：_____ 姓名：_____

1. $A = \begin{bmatrix} 11 & -4 & -7 \\ 7 & -2 & -5 \\ 10 & -4 & -6 \end{bmatrix}$

- (1) 試求 A 之特徵值、特徵向量並將 A 對角化。
 (2) 若 $f(x) = x^2 + 2x + 1$ ，試求 $f(A)$ 之特徵值與特徵向量。

2. 已知 $A^{\frac{1}{2}} = \begin{bmatrix} -1 & 6 \\ -2 & 6 \end{bmatrix}$

試求： A 、 $\det(A)$ 、 A^{-1} 、 A^{10} 、 $A^3 - 2A^2 - 3A - 2I$ 、 e^A 、 $\cos(A)$

3. $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ -2 & -2 & -2 \end{bmatrix}$

- (1) 試求 A 之特徵值、特徵向量並求 A 的 Jordan form。
 (2) 試求 e^{At} 。

4. 已知 $A = \begin{bmatrix} 0 & -3 & 1 & 2 \\ -2 & 1 & -1 & 2 \\ -2 & 1 & -1 & 2 \\ -2 & -3 & 1 & 4 \end{bmatrix}$ ，求 Q 使得 $Q^{-1}AQ$ 為 Jordan form。

5. 已知 $A = \begin{bmatrix} 0 & -1 & -1 \\ -3 & -1 & -2 \\ 7 & 5 & 6 \end{bmatrix}$ ，試問：

- (1) A 的特徵方程為何？
 (2) 若 $A^{-1} = pA^2 + qA + rI$ ，則 $p = ?$ ， $q = ?$ ， $r = ?$ $A^{-1} = ?$
 (3) 試以 Cayley-Hamilton 法計算 e^A 。

6. 試解： $\frac{dx}{dt} = Ax + z$ 其中 $A = \begin{bmatrix} -3 & -4 \\ 5 & 6 \end{bmatrix}$ ， $z = \begin{Bmatrix} 5e^t \\ -6e^t \end{Bmatrix}$ 。