

系級：\_\_\_\_\_ 學號：\_\_\_\_\_ 姓名：\_\_\_\_\_

1. 已知兩矩陣  $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 11 & -4 & -7 \\ 7 & -2 & -5 \\ 10 & -4 & -6 \end{bmatrix}$  及  $\mathbf{B} = \begin{bmatrix} -2 & 2 & -3 \\ 2 & 1 & -6 \\ -1 & -2 & 0 \end{bmatrix}$ ，試求各矩陣之特徵

值與特徵向量。

$$|\mathbf{A} - \lambda\mathbf{I}| = 0 \Rightarrow \begin{vmatrix} 11-\lambda & -4 & -7 \\ 7 & -2-\lambda & -5 \\ 10 & -4 & -6-\lambda \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow \lambda(\lambda-1)(\lambda-2) = 0 \Rightarrow \lambda = 0, 1, 2$$

當  $\lambda_1 = 0$  時，可得  $\mathbf{x}^1 = \begin{Bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{Bmatrix}$

當  $\lambda_2 = 1$  時，可得  $\mathbf{x}^2 = \begin{Bmatrix} 1 \\ -1 \\ 2 \end{Bmatrix}$

當  $\lambda_3 = 2$  時，可得  $\mathbf{x}^3 = \begin{Bmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \end{Bmatrix}$

$$|\mathbf{B} - \lambda\mathbf{I}| = 0 \Rightarrow \begin{vmatrix} -2-\lambda & 2 & -3 \\ 2 & 1-\lambda & -6 \\ -1 & -2 & 0-\lambda \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow (\lambda-5)(\lambda+3)(\lambda+3) = 0$$

$$\Rightarrow \lambda = 5, -3, -3$$

當  $\lambda_1 = 5$  時，可得  $\mathbf{x}^1 = \begin{Bmatrix} 1 \\ 2 \\ -1 \end{Bmatrix}$

當  $\lambda_2 = \lambda_3 = 3$  時，可得  $\mathbf{x}^2 = \begin{Bmatrix} -2 \\ 1 \\ 0 \end{Bmatrix}$ ， $\mathbf{x}^3 = \begin{Bmatrix} 3 \\ 0 \\ 1 \end{Bmatrix}$