

系級：_____ 學號：_____ 姓名：_____

1. 已知兩矩陣 $\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 7 & 8 \\ 9 & 10 & 11 & 12 \\ 13 & 14 & 15 & 0 \end{bmatrix}$ 及 $\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 4 & 5 & 6 \\ 0 & 1 & -3 & 5 \end{bmatrix}$ ，試求此二矩陣乘

積之行列式值，即 $\det(\mathbf{AB}) = ?$

$$\det(\mathbf{AB}) = \det(\mathbf{A}) \cdot \det(\mathbf{B})$$

$$\det(\mathbf{A}) = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 7 & 8 \\ 9 & 10 & 11 & 12 \\ 13 & 14 & 15 & 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & -4 & -8 & -12 \\ 0 & -8 & -16 & -24 \\ 0 & -12 & -24 & -52 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & -4 & -8 & -12 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -12 & -24 & -52 \end{vmatrix} = 0$$

$\therefore \det(\mathbf{B})$ 可以不用計算，亦可得 $\det(\mathbf{AB}) = \det(\mathbf{A}) \cdot \det(\mathbf{B}) = 0$

或是

$$\det(\mathbf{B}) = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 4 & 5 & 6 \\ 0 & 1 & -3 & 5 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & -1 & -2 & -3 \\ 0 & -2 & -4 & -6 \\ 0 & 1 & -3 & 5 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & -1 & -2 & -3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -3 & 5 \end{vmatrix} = 0$$

可得 $\det(\mathbf{AB}) = \det(\mathbf{A}) \cdot \det(\mathbf{B}) = 0$