

系級：\_\_\_\_\_ 學號：\_\_\_\_\_ 姓名：\_\_\_\_\_

1.  $xy$  平面上有一曲線  $g(x, y) = 0$  恆過點  $(0, -1)$ ，且其上任一點  $(x, y)$  的切線在  $x$  軸上的截距為  $y^2 e^{-y}$ ，試求此曲線的方程式。(10%)
  
2. 試以分離變數法求解下述微分方程式
  - (1)  $y' = \sec^2 x \cdot \cos^2 y \cdot \sin x$  (8%)
  - (2)  $(y^2 + 2y + 5)dx - dy = 0$  (8%)
  - (3)  $y' = \frac{3x - y - 9}{x + y + 1}$  (8%)
  
3. 已知微分方程式為  $(-x + 4y \ln y)y' = y$ 
  - (1) 此微分方程式為線性或非線性?(2%) 並以一階線性法求解。(7%)  
(若為線性，直接求解；若非線性，則轉換成線性，再求解)
  - (2) 此微分方程式為正合(exact)或非正合?(2%) 並以正合法求解。(7%)  
(若正合，直接求解；若非正合，先求出積分因子，再求解)
  
4. 已知微分方程式為  $y^2 dx + (2xy - x^4) dy = 0$ 
  - (1) 此為何種類型之微分方程式?(Clairaut、Bernoulli 或是 Riccati) (2%)
  - (2) 此為線性或非線性?(2%)
  - (3) 試求此微分方程式之解  $y(x) = ?$  (7%)
  - (4) 此微分方程式為正合(exact)或非正合?(2%)
  - (5) 試以正合法求解。(若正合，直接求解；若非正合，先求出積分因子，再求解) (7%)
  
5. 已知微分方程式為  $y = xy' + \frac{1}{y'}$ 
  - (1) 此為何種類型之微分方程式?(Clairaut、Bernoulli 或是 Riccati) (2%)
  - (2) 此為線性或非線性?(2%)
  - (3) 試求此微分方程式之解  $y(x) = ?$  (8%)
  
6. 試解下列各微分方程
  - (1)  $xy' - y = \frac{y}{\ln y - \ln x}$  (8%)
  - (2)  $xy(y')^2 + (x^2 + xy + y^2)y' + x(x + y) = 0$  (8%)