

系級：_____ 學號：_____ 姓名：_____

1. $A = \begin{bmatrix} 3 & 2 & 5 \\ 4 & 1 & 5 \\ 7 & 6 & 5 \end{bmatrix}$

(1) 試求 $\det(A) = ?$

(2) 試求 $A^{-1} = ?$

2. $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 5 & 5 \\ 0 & 4 & 3 & 9 \\ 4 & 4 & 1 & 5 \\ 2 & 3 & 2 & 5 \end{bmatrix}$

(1) 試求 $\det(A) = ?$

(2) 試求 $A^{-1} = ?$

3. $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 4 \\ 1 & 4 & -2 \\ 1 & 4 & 2 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix}$, 請使用 Gram-Schmidt 法針對行向量空間求出一組單位正交

基底向量。

4. $\begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 2 & 1 & -3 \\ 4 & -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 4 \\ -2 \\ 6 \end{Bmatrix}$, 請解出 $\begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{Bmatrix} = ?$

5. 對如下矩陣 A 與向量 b 試解方程組 $Ax = b$ 。

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 1 & 2 \\ 2 & 6 & 4 & 8 \\ 0 & 0 & 2 & 4 \end{bmatrix} \quad \& \quad b = \begin{Bmatrix} 1 \\ 3 \\ 1 \end{Bmatrix}$$

參考解答：

1. (1) $\det(A) = 40$

$$(2) A^{-1} = \begin{bmatrix} -\frac{5}{8} & \frac{1}{2} & \frac{1}{8} \\ \frac{3}{8} & -\frac{1}{2} & \frac{1}{8} \\ \frac{17}{40} & -\frac{1}{10} & -\frac{1}{8} \end{bmatrix}$$

2. (1) $\det(A) = 2$

$$(2) A^{-1} = \begin{bmatrix} 5 & 5 & 12 & -26 \\ -12 & -\frac{25}{2} & -\frac{57}{2} & 63 \\ -2 & -\frac{5}{2} & -\frac{11}{2} & 12 \\ 6 & \frac{13}{2} & \frac{29}{2} & -32 \end{bmatrix}$$

3. $u_1 = \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)^T$

$$u_2 = \left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right)^T$$

$$u_3 = \left(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right)^T$$

4. $x = \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 1 \\ 7 \\ 3 \end{Bmatrix} t + \begin{Bmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \end{Bmatrix}$

5. $x = \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 1 \\ 2 \\ 0 \\ 1 \\ 2 \\ 0 \end{Bmatrix} + s \begin{Bmatrix} -3 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} + t \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ -2 \\ 1 \end{Bmatrix}$