

系級：_____ 學號：_____ 姓名：_____

1. 已知 $y' = \frac{2xy^3 + 4x^3 - 3y^4}{Axy^3 + Bx^2y^2}$ 為一正合微分方程式，且 A, B 均為常數

- (1) 試求常數 A, B 之值。(4%)
 (2) 試求此微分方程式之解 $y(x) = ?$ (7%)

2. 試以分離變數法求解下述微分方程式

(1) $x \sin 2x + \sin(x+y)y' = \sin(x-y)y'$ (8%)

(2) $\sqrt{1+x} dy = \sqrt{(1+y)(1-y)} dx$ (8%)

(3) $y' = \frac{x+2y+7}{-2x+y-9}$ (8%)

3. 已知微分方程式為 $x \cos y \frac{dy}{dx} + 2 \sin y = -4x^2$

- (1) 此微分方程式為線性或非線性?(2%) 並以一階線性法求解。(7%)
 (若為線性，直接求解；若非線性，使用變數變換法轉成線性，再求解)
 (2) 此微分方程式為正合(exact)或非正合?(2%) 並以正合法求解。(7%)
 (若正合，直接求解；若非正合，先求出積分因子，再求解)

特殊微分方程式 — Clairaut、Bernoulli 與 Riccati 微分方程

4. 已知微分方程式為 $y' - 4xy + 2x\sqrt{y} = 0$

- (1) 此為何種類型之微分方程式?(2%) 為線性或非線性?(2%)
 (2) 試求此微分方程式之解 $y(x) = ?$ (7%)

5. 已知微分方程式為 $xy' + 3xy = y^2 + 2x^2 + y$

- (1) 此為何種類型之微分方程式?(2%) 為線性或非線性?(2%)
 (2) 試求此微分方程式之解 $y(x) = ?$ (7%)

6. 已知微分方程式為 $(y')^2 + xy' - y = 0$

- (1) 此為何種類型之微分方程式?(2%) 為線性或非線性?(2%)
 (2) 試求此微分方程式之解 $y(x) = ?$ (7%)

7. 試解下列各微分方程

(1) $(2y^2 - 6xy)dx + (3xy - 4x^2)dy = 0$ (7%)

(2) $y' = \frac{y}{2x + y^3 e^y}$ (7%)