國立臺灣海洋大學河海工程學系 2018 工程數學(一) 第一次大考

系級：_____ 學號：_____ 姓名：_____

1. 已知 $3x^2 + xy^{\alpha} - x^2 y^{\alpha-1} y' = 0$ 為一正合微分方程

   (1) 試求常數 α 之值。(6%)

   (2) 試求此微分方程式之解 $y(x) = ?$ (6%)

2. 試以分離變數法求解下述微分方程式

   (1) $(1-x^2)y' = 1 + y^2 \quad (x \neq \pm 1)$ (7%)

   (2) $2xyy' = y^2 - x^2$ (7%)

   (3) $(3y - 7x + 7)dx + (7y - 3x + 3)dy = 0$ (7%)

3. 已知微分方程式為 $x \sin y \dfrac{dy}{dx} + 2\cos y = -4x^2$

   (1) 此微分方程式為線性或非線性? (3%) 並以一階線性法求解。(8%)
   (若為線性，直接求解；若非線性，使用變數變換法轉成線性，再求解)

   (2) 此微分方程式為正合(exact)或非正合? (3%) 並以正合法求解。(8%)
   (若正合，直接求解；若非正合，先求出積分因子，再求解)

4. 已知微分方程式為 $3(1+x^2)y' + 2xy = 2xy^4$

   (1) 此為何種類型之微分方程式? (3%) 為線性或非線性? (3%)

   (2) 試求此微分方程式之解 $y(x) = ?$ (5%)

5. 給一 Clairauts 微分方程式 $y = xy' - \dfrac{1}{y'}$，試求此微分方程的通解(general solution)與奇解(singular solution)。(10%)

6. 試解下列各微分方程

   (1) $\dfrac{dy}{dx} = -e^{-x}y^2 + y + e^x$ (8%)

   (2) $(2x^3 - xy^2 - 2y + 3)\,dx - (x^2 y + 2x)\,dy = 0$ (8%)

   (3) $x\dfrac{dy}{dx} - y = x^3 \cos 2x$ (8%)