國立臺灣海洋大學河海工程學系 2017 工程數學(一) 2A 班基礎檢定考參考解答

系級：_____ 學號：_____ 姓名：_____

1. (a) $\lim_{x\to -3}\dfrac{x^2+x-6}{x+3}$ **(5%)**

(b) $\lim_{x\to\infty}\dfrac{\ln x^2}{5x}$ **(5%)**

2. 下列何者為奇函數? 何者為偶函數? (10%)

(a) $\cos 5x$ **(b)** $\sin 4x$ **(c)** $\cos x\sin x$ **(d)** $\sin x+\cos x$ **(e)** $\dfrac{\sin x}{\cos x}$

3. (a) $\sin(\alpha+\beta)=?$ **(5%)**

(b) $\cos(\alpha+\beta)=?$ **(5%)**

4. 試求下列各函數 $f(x)$ **的微分** $f'(x)=?$ **(30%)**

(a) $f(x)=\cos x$

(b) $f(x)=\cos^2 x$

(c) $f(x)=\cos(x^2)$

(d) $f(x)=\sqrt{2x^2-3}$

(e) $f(x)=\dfrac{2x}{x^2+3}$

(f) $f(x)=a^x$

5. (a) $\int\dfrac{3}{2x-1}dx=?$ **(5%)**

(b) $\int e^{3x}\sin x\,dx=?$ **(5%)**

6. $\begin{vmatrix}3 & 3 & 3\\ 2 & 2 & -2\\ 1 & -1 & 1\end{vmatrix}=?$ **(10%)**

7. $\begin{bmatrix}1 & 2\\ 2 & 3\end{bmatrix}\begin{bmatrix}-1 & 3\\ -2 & 4\end{bmatrix}=?$ **(10%)**

8. $A=\begin{bmatrix}3 & 2\\ 2 & 2\end{bmatrix}$ 請求出 A^{-1}。 **(10%)**

參考解答:

1. (a) $\lim_{x\to -3}\frac{x^2+x-6}{x+3}=\lim_{x\to -3}(x-2)=-5$

(b) $\lim_{x\to\infty}\frac{\ln x^2}{5x}=\lim_{x\to\infty}\frac{2\ln x}{5x}=\lim_{x\to\infty}\frac{2\frac{1}{x}}{5}=0$

2. 下列何者為奇函數? 何者為偶函數?

(a) $\cos 5x$ **(b)** $\sin 4x$ **(c)** $\cos x\sin x$ **(d)** $\sin x+\cos x$ **(e)** $\frac{\sin x}{\cos x}$

(a) 偶函數 **(b)** 奇函數 **(c)** 奇函數 **(d)** 不奇不偶 **(e)** 奇函數

3. (a) $\sin(\alpha+\beta)=\sin\alpha\cos\beta+\sin\beta\cos\alpha$

(b) $\cos(\alpha+\beta)=\cos\alpha\cos\beta-\sin\alpha\sin\beta$

4. 試求下列各函數 $f(x)$ 的微分 $f'(x)=?$

(a) $f(x)=\cos x \quad \Rightarrow f'(x)=-\sin x$

(b) $f(x)=\cos^2 x \quad \Rightarrow f'(x)=2\cos x\cdot(-\sin x)=-\sin 2x$

(c) $f(x)=\cos(x^2) \quad \Rightarrow f'(x)=-\sin(x^2)\cdot 2x=-2x\sin(x^2)$

(d) $f(x)=\sqrt{2x^2-3} \quad \Rightarrow f'(x)=\frac{1}{2}(2x^2-3)^{-\frac{1}{2}}\cdot 4x=\frac{2x}{\sqrt{2x^2-3}}$

(e) $f(x)=\frac{2x}{x^2+3} \quad \Rightarrow f'(x)=\frac{2(x^2+3)-2x\cdot 2x}{(x^2+3)^2}=\frac{2(-x^2+3)}{(x^2+3)^2}$

(f) $f(x)=a^x \quad \Rightarrow f'(x)=\frac{d}{dx}(e^{\ln a^x})=\frac{d}{dx}(e^{x\ln a})=(e^{x\ln a})\cdot\ln a=a^x\cdot\ln a$

5. (a) $\int\frac{3}{2x-1}dx=\frac{3}{2}\ln|2x-1|+C$

(b) $\int e^{3x}\sin x\,dx=-\frac{1}{10}e^{3x}(\cos x-3\sin x)+C$

6. $\begin{vmatrix}3 & 3 & 3\\ 2 & 2 & -2\\ 1 & -1 & 1\end{vmatrix}=-24$

7. $\begin{bmatrix}1 & 2\\ 2 & 3\end{bmatrix}\begin{bmatrix}-1 & 3\\ -2 & 4\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-5 & 11\\ -8 & 18\end{bmatrix}$

8. $A^{-1}=\begin{bmatrix}1 & -1\\ -1 & \frac{3}{2}\end{bmatrix}$