國立臺灣海洋大學河海工程學系 2016 工程數學(一) 2A 班第一次作業參考解答

系級：_____ 學號：_____ 姓名：_____

1. 試求： $xy' + 4y = 0$， $y(1) = 2$

2. 試求： $y' = y^2 e^{-x}$

3. 試求： $e^{x+y} y' = 3x$

4. 試求： $xy' = y^2 - y$

參考解答:

1. $xy' + 4y = 0 \quad \Rightarrow \int \frac{1}{y} dy = -\int \frac{4}{x} dx$

$$\Rightarrow \ln y = -4 \ln x + c_1$$
$$\Rightarrow \ln x^4 y = c_1$$
$$\Rightarrow x^4 y = c$$

$y(1) = 2 \quad \Rightarrow c = 2 \qquad \Rightarrow y = \frac{2}{x^4}$

2. $y' = y^2 e^{-x} \quad \Rightarrow \int \frac{1}{y^2} dy = \int e^{-x} dx$

$$\Rightarrow -\frac{1}{y} = -e^{-x} - c$$
$$\Rightarrow y = \frac{1}{e^{-x} + c}$$

3. $e^{x+y} y' = 3x \quad \Rightarrow \int e^y dy = 3\int x e^{-x} dx$

$$\Rightarrow e^y = -3e^{-x}(x+1) + c$$

4. $xy' = y^2 - y \quad \Rightarrow \int \frac{1}{y(y-1)} dy = \int \frac{1}{x} dx$

$$\Rightarrow \int \left(\frac{1}{y-1} - \frac{1}{y}\right) dy = \int \frac{1}{x} dx$$
$$\Rightarrow \ln|y-1| - \ln|y| = \ln|x| + c_1$$
$$\Rightarrow \ln\left|\frac{y-1}{xy}\right| = c_1 \qquad \Rightarrow \frac{y-1}{xy} = c \qquad \Rightarrow y = \frac{1}{1-cx}$$