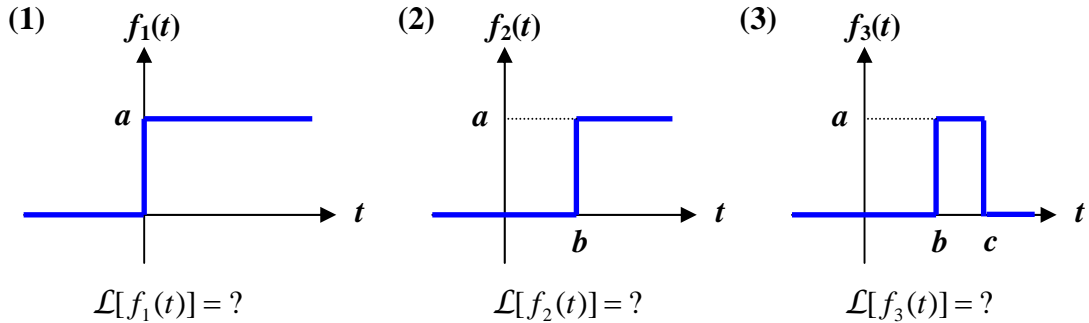


系級：_____ 學號：_____ 姓名：_____

1. 試求下列各圖函數的拉普拉斯轉換為何? (15%)



2. 試求下列各函數的拉普拉斯轉換為何? (15%)

(1) $\delta(t-3)$ (2) $\cos(t-\frac{\pi}{4})$ (3) $t \sin(2t)$

3. 試求下列 $F(s)$ 的拉普拉斯逆轉換。 (15%)

(1) $F(s) = \frac{1}{(s-2)^4}$ (2) $F(s) = \frac{s^2}{s^2-9}$ (3) $F(s) = \frac{e^{-3s}}{s^2+2s+2}$

4. 已知 $\mathcal{L}[f(t)] = F(s)$, $\mathcal{L}[g(t)] = G(s)$ 且 $h(t)$ 為 $f(t)$ 與 $g(t)$ 的摺積(Convolution)

即 $h(t) = f(t) * g(t) = \int_0^t f(\tau)g(t-\tau) d\tau$, 並且由 $h(t)$ 拉普拉斯轉換可得

$\mathcal{L}[h(t)] = H(s) = F(s)G(s)$, 若已知 $H(s) = \frac{s^2}{(s^2+a^2)^2}$, 試求 $h(t) = ?$ (15%)

5. 試以 Laplace 轉換法求解第二類 Volterra 積分方程式

(1) $y(t) - \int_0^t y(\tau) \sin(t-\tau) d\tau = t$ (10%)

(2) $y(t) - \int_0^t (1+\tau)y(t-\tau) d\tau = 1 - \sinh t$ (10%)

6. 考慮一單自由度振動系統如圖所示, 其數學模式可寫成 $my'' + cy' + ky = f(t)$, 並且此系統一開始為靜止狀態, 即 $y(0) = y'(0) = 0$ 。當外力 $f(t) = \delta(t)$ 時, 可得解為 $y(t) = e^{-t} - e^{-2t}$, 試問:

(1) $m = ?$ $c = ?$ 與 $k = ?$ (10%)

(2) 若外力改給 $f(t) = 1, 0 < t < 1$, 其餘皆為零時, 此時 $y(t) = ?$ (10%)

