國立臺灣海洋大學河海工程學系 2015 工程數學(一) 第十三次作業參考解答

系級：________________ 學號：______________ 姓名：_____________

1. 試將下述矩陣對角化。

$$A=\begin{bmatrix}3&1&1\\2&4&2\\-1&-1&1\end{bmatrix},\ B=\begin{bmatrix}1&0&0\\0&2&3\\1&3&2\end{bmatrix}$$

2. 已知 $A\in R^{2\times 2}$ 特徵值為 2、6 並分別對應特徵向量 $[1\quad 2]^T$、$[3\quad -1]^T$，試問矩陣 $A=?$

3. 試將下述矩陣化為喬登正則式。

$$A=\begin{bmatrix}3&0&-1\\-1&2&1\\1&0&1\end{bmatrix},\ B=\begin{bmatrix}2&2&-1\\-1&-1&1\\-1&-2&2\end{bmatrix}$$

參考解答:

1. $$P=\begin{bmatrix}1&1&1\\2&-1&0\\-1&0&-1\end{bmatrix},\ PAP^{-1}=D=\begin{bmatrix}4&0&0\\0&2&0\\0&0&2\end{bmatrix}$$

$$\overline{P}=\begin{bmatrix}8&0&0\\-3&1&1\\1&-1&1\end{bmatrix},\ \overline{P}B\overline{P}^{-1}=\overline{D}=\begin{bmatrix}1&0&0\\0&-1&0\\0&0&5\end{bmatrix}$$

2. $$P=\begin{bmatrix}1&3\\2&-1\end{bmatrix},\ PAP^{-1}=D=\begin{bmatrix}2&0\\0&6\end{bmatrix}\ \Rightarrow A=P^{-1}DP=\frac{1}{7}\begin{bmatrix}38&-12\\-8&18\end{bmatrix}$$

3. $$P=\begin{bmatrix}0&1&1\\1&-1&0\\0&1&0\end{bmatrix},\ PAP^{-1}=J=\begin{bmatrix}2&0&0\\0&2&1\\0&0&2\end{bmatrix}$$

or $$P=\begin{bmatrix}1&1&1\\0&-1&0\\1&1&0\end{bmatrix},\ PAP^{-1}=J=\begin{bmatrix}2&0&0\\0&2&1\\0&0&2\end{bmatrix}$$

$$\overline{P}=\begin{bmatrix}1&1&0\\0&-1&0\\1&-1&-1\end{bmatrix},\ \overline{P}B\overline{P}^{-1}=\overline{J}=\begin{bmatrix}1&0&0\\0&1&1\\0&0&1\end{bmatrix}$$