國立臺灣海洋大學河海工程學系 2015 工程數學(一) 第四次作業參考解答

系級：_____ 學號：_____ 姓名：_____

試以全微分法求解下述各題

1. (1) $(x-y^3)dy = ydx$

   (2) $(e^x \sin y + 3y)dx + (3x + e^x \cos y)dy = 0$

   (3) $2xydx + (1+x^2)dy = 0$

   (4) $(2y + e^y + 6x^2)\dfrac{dy}{dx} + 4 + 12xy = 0$

2. 試以 Picard 法求解

$y' = 2y^2$, $y(0) = 1$

參考解答:

1. (1) $\dfrac{x}{y} = -\dfrac{1}{2}y^2 + c$

   (2) $e^x \sin y + 3xy = c$

   (3) $x^2 y = -y + c$

   (4) $y^2 + e^y + 4x + 6x^2 y = c$

2. $y_n = 1 + 2x + 4x^2 + 8x^3 + 16x^4 + 32x^5 + \cdots + (2x)^n$

   解析解: $y = \dfrac{1}{1-2x} = 1 + 2x + 4x^2 + 8x^3 + 16x^4 + \cdots + (2x)^n + \cdots$