

系級：_____ 學號：_____ 姓名：_____

1. 試填入下述時間函數 $f(t)$ 經拉普拉斯轉換後所對應之 $F(s)$ (30%)

$f(t)$	$p_1(t)$	$p_2(t)$	$p_3(t)$	$p_4(t)$	$p_5(t)$	$p_6(t)$	$p_7(t)$	$p_8(t)$	$p_9(t)$	$p_{10}(t)$
$F(s)$										

時間函數 $f(t)$

$$p_1(t) = 1, \quad p_2(t) = \sin t, \quad p_3(t) = \cos t, \quad p_4(t) = t \sin t, \quad p_5(t) = t \cos t$$

$$p_6(t) = e^t, \quad p_7(t) = \sinh t, \quad p_8(t) = \cosh t, \quad p_9(t) = t \sinh t, \quad p_{10}(t) = t \cosh t$$

(hint: $\sinh t = \frac{e^t - e^{-t}}{2}$, $\cosh t = \frac{e^t + e^{-t}}{2}$)

s 函數 $F(s)$

(1) 1	(2) $\frac{1}{s}$	(3) $\frac{1}{s^2}$
(4) $\frac{1}{s-1}$	(5) $\frac{s}{s^2+1}$	(6) $\frac{s}{s^2-1}$
(7) $\frac{1}{s+1}$	(8) $\frac{1}{s^2+1}$	(9) $\frac{1}{s^2-1}$
(10) $\frac{s^2-1}{(s^2+1)^2}$	(11) $\frac{2s}{(s^2+1)^2}$	(12) $\frac{s}{(s^2+1)^2}$
(13) $\frac{s^2+1}{(s^2-1)^2}$	(14) $\frac{2s}{(s^2-1)^2}$	(15) $\frac{s}{(s^2-1)^2}$

2. 試求下列 $F(s)$ 的拉氏逆轉換。(20%)

(1) $F(s) = \frac{1}{(s-3)(s+5)}$

(2) $F(s) = \frac{se^{-s}}{s^2+4}$

(3) $F(s) = \frac{1}{s^2+2s+2}$

(4) $F(s) = \frac{s^2}{s^2+9}$

3. 已知 $\mathcal{L}[f(t)] = F(s)$, $\mathcal{L}[g(t)] = G(s)$ 且 $h(t)$ 為 $f(t)$ 與 $g(t)$ 的摺積

(Convolution) 即 $h(t) = f(t) * g(t) = \int_0^t f(\tau)g(t-\tau) d\tau$, 由 $h(t)$ 拉普拉斯

轉換可得 $\mathcal{L}[h(t)] = H(s) = F(s)G(s)$, 若已知 $H(s) = \frac{1}{(s^2 + a^2)^2}$, 試求 $h(t) = ?$

(10%)

4. 試以拉普拉斯轉換求解下述微分方程。(20%)

(1) $y'' + 2y' + y = e^{-t}$ 且初始條件為 $y(0) = -1$ 與 $y'(0) = 1$

(2) $y'' + 4y = \delta(t)$ 且初始條件為 $y(0) = 1$ 與 $y'(0) = 0$

5. 試以拉普拉斯轉換求解下述聯立微分方程。(20%)

$$\begin{cases} y_1' = 4y_2 - 8\cos 4t \\ y_2' = -3y_1 - 9\sin 4t \end{cases}$$
 且初始條件為 $y_1(0) = 0$ 與 $y_2(0) = 3$