

系級：\_\_\_\_\_ 學號：\_\_\_\_\_ 姓名：\_\_\_\_\_

1. 試解：  $(x+2)^2 y'' - (x+2)y' + y = 3x+4$
2. 試解：  $x(1-x)y'' + 2(1-2x)y' - 2y = 0$
3. 試解：  $xy'' + (2x+1)y' + (x+1)y = 0$
4. 已知  $y(x) = e^x$  為方程式  $xy'' + 2(1-x)y' + (x-2)y = 0$  之解，試求此方程式之通解。
5. 已知單自由度振動系統其方程式為  $m\ddot{y} + c\dot{y} + ky = 0$  其中質量  $m = 10\text{kg}$ ，彈簧常數  $k = 90\text{ kg/sec}^2$ ，初始位移與初始速度分別為  $y(0) = 0.16$  與  $\dot{y}(0) = 0$ ，試求在不同阻尼係數下，其運動方程式為何？即  $y(t) = ?$  並對時間  $t$  畫圖。  
 (1)  $c = 100\text{ kg/sec}$     (2)  $c = 60\text{ kg/sec}$     (3)  $c = 10\text{ kg/sec}$

**參考解答：**

1.  $y(x) = c_1(x+2) + c_2(x+2)\ln(x+2) + \frac{3}{2}(x+2)[\ln(x+2)]^2 - 2$
2.  $y(x) = c_1 \frac{1}{x-x^2} + c_2 \frac{1}{1-x}$
3.  $y(x) = c_1 e^{-x} + c_2 e^{-x} \ln x$
4.  $y(x) = c_1 e^x + c_2 \frac{1}{x} e^x$
5. (1)  $y(t) = -0.02e^{-9t} + 0.18e^{-t}$   
 (2)  $y(t) = (0.16 + 0.48t)e^{-3t}$   
 (3)  $y(t) = e^{-0.5t} (0.16\cos 2.96t + 0.027\sin 2.96t) = 0.162e^{-0.5t} \cos(2.96t - 0.17)$

