

系級：_____ 學號：_____ 姓名：_____

1. 試解： $x^2 y'' + 3xy' + y = 0$ 並給定 $y(2) = 1$ 與 $y'(2) = 0$

2. 試解：

(1) $x^3 y''' + x^2 y'' - 2xy' + 2y = x^{-2}$

(2) $x^2 y'' - 3xy' + 4y = 3x^2$

3. 試解： $x^3 y''' - x^2 y'' - 7xy' + 16y = 3x \ln x$ 並給定 $y(1) = 6$ 、 $y'(1) = 18$ 與 $y''(1) = 65$

4. 試解：

(1) $x^2 y'' + xy' - y = x \ln x$

(2) $x^2 y'' - 2xy' + 2y = x \ln x$

5. 試解： $x^2 y'' - 4xy' + 6y = -7x^4 \sin x$

參考解答：

1. $y(x) = (2 - \ln 2)x^{-1} + 2x^{-1} \cdot \ln x$

2. (1) $y(x) = c_1 x^{-1} + c_2 x + c_3 x^2 - \frac{1}{12} x^{-2}$

(2) $y(x) = (c_1 + c_2 \ln x)x^2 + \frac{3}{2} x^2 (\ln x)^2$

3. $y(x) = \frac{1}{x^2} - x^2 + 5x^4 + x(1 + \ln x)$

4. (1) $y(x) = c_1 x^{-1} + c_2 x + x[\frac{1}{4}(\ln x)^2 - \frac{1}{4} \ln x]$

(2) $y(x) = c_1 x + c_2 x^2 - x[\frac{1}{2}(\ln x)^2 + \ln x]$

5. $y(x) = c_1 x^2 + c_2 x^3 + 7x^2 \sin x$